



**Aurum**  
EDITORA

# **ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS SOB AÇÃO DO VENTO COM ÊNFASE EM MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA**

EVANDRO DE CARVALHO RIBEIRO  
FRANCISCO ARLON DE OLIVEIRA CHAVES  
FRANCISCA DAS CHAGAS OLIVEIRA  
EUGÊNIA MARIA DOS SANTOS CORDEIRO  
ANDRESON DE FRANÇA ALMEIDA



**Aurum**  
EDITORA

# **ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS SOB AÇÃO DO VENTO COM ÊNFASE EM MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA**

EVANDRO DE CARVALHO RIBEIRO  
FRANCISCO ARLON DE OLIVEIRA CHAVES  
FRANCISCA DAS CHAGAS OLIVEIRA  
EUGÊNIA MARIA DOS SANTOS CORDEIRO  
ANDRESON DE FRANÇA ALMEIDA

## **AURUM EDITORA LTDA – 2026**

Curitiba – Paraná - Brasil

### **EDITOR CHEFE**

Lucas Gabriel Vieira Ewers

### **AUTORES DO LIVRO**

Evandro de Carvalho Ribeiro  
Francisco Arlon de Oliveira Chaves  
Francisca das Chagas Oliveira  
Eugênia Maria dos Santos Cordeiro  
Andreson de França Almeida

Copyright © Aurum Editora Ltda  
Texto Copyright © 2025 Os Autores  
Edição Copyright © 2025 Aurum Editora  
Ltda

### **EDIÇÃO DE TEXTO**

Stefanie Vitoria Garcia de Bastos



Este trabalho está licenciado sob uma  
licença Creative Commons Attribution-  
NonCommercial-NoDerivatives  
4.0 International License.

### **EDIÇÃO DE ARTE**

Aurum Editora Ltda

### **IMAGENS DA CAPA**

Freepik, Canva.

### **BIBLIOTECÁRIA**

Bruna Heller

### **ÁREA DE CONHECIMENTO**

Engenharias

A responsabilidade pelo conteúdo, precisão e veracidade dos dados apresentados neste texto é inteiramente do autor, não refletindo necessariamente a posição oficial da Editora. O trabalho pode ser baixado e compartilhado, desde que o crédito seja dado ao autor, mas não é permitida a modificação do conteúdo de qualquer forma ou seu uso para fins comerciais.

A Aurum Editora se compromete a manter a integridade editorial em todas as fases do processo de publicação, prevenindo plágio, dados ou resultados fraudulentos, e assegurando que interesses financeiros não afetem os padrões éticos da publicação. Qualquer suspeita de má conduta científica será verificada com atenção aos princípios éticos e acadêmicos. Todos os manuscritos passaram por uma avaliação duplo-cega, realizada pelos membros do Conselho Editorial, e foram aprovados para publicação com base em critérios de imparcialidade e objetividade acadêmica.

## **CORPO EDITORIAL**

Adicélia Rodrigues Souza - Graduada em Letras pela Universidade Federal de Minas Gerais

Adriano Rosa da Silva - Mestre em História Social pela Universidade Federal Fluminense

Alessandro Sathler Leal da Silva - Doutor em Educação pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Alex Lourenço dos Santos - Doutorando em Geografia pela Universidade Federal de Catalão

Amanda Pereira Moreira - Mestra em Letras pela Universidade Federal de Lavras

Antonio Ismael Lopes de Sousa - Doutorando em Linguística e Literatura pela Universidade Federal do Norte do Tocantins

Ayla de Jesus Moura - Mestra em Educação Física pela Universidade Federal do Vale do São Francisco

Bárbara Silvestre da Silva Pereira - Doutoranda em Enfermagem e Biociências pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Bianca Martins Knap - Mestranda em Direito Econômico e Desenvolvimento pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Camila Aparecida da Silva Albach - Doutoranda em Ciências Sociais Aplicadas pela Universidade Estadual de Ponta Grossa

Carina Mandler Schmidmeier - Mestranda em Direito pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Carlos Adriano Martins - Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul

Carolline Nunes Lopes - Mestra em Psicologia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Cláudio Alberto de Sá Quirino - Mestre profissional em Administração Pública (PROFIAP) pela Universidade Federal do Vale do São Francisco

Damião Evangelista Rocha - Doutorando em Saúde e Desenvolvimento Humano pela Universidade La Salle - Canoas

Daniel da Rocha Silva - Mestre em Letras pela Universidade Federal de Sergipe

Daniel Rodrigues de Lima - Mestre em História pela Universidade Federal do Amazonas.

Diego Pinto de Oliveira - Mestre em Ciências Farmacêuticas pela Universidade Federal de Alfenas

Elberto Teles Ribeiro - Mestrando em Geografia pela Universidade Federal da Grande Dourados

Equiton Lorengian Grégio - Mestrando em Ciência e Tecnologia Ambiental pela Universidade Federal da Fronteira Sul

Evaldo Batista Mariano Júnior - Doutorando em Educação pela Universidade de Uberaba



Fábio Henrique de Souza Lacerda - Mestre em Educação pela Universidade do Estado de Mato Grosso

Fabio José Antonio da Silva - Doutor em Educação Física pela Universidade Estadual de Londrina.

Fabricio do Nascimento Moreira - Doutorando em Administração pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Felipe Antônio da Silva - Graduado em Direito pelo Centro Universitário Unihorizontes

Flávia Maria Silva Brito - Doutora em Recursos Florestais pela Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz

Flávio Roberto Chaddad - Mestre em Educação Escolar pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Francisco Samuel Laurindo de Lima - Graduado em Licenciatura em Pedagogia pela Universidade Estadual do Ceará

Francisco Welton Machado - Editor Independente - Graduado em Geografia pela Universidade Estadual do Piauí

Gabriella de Moraes - Doutora em Direito pela Universidade Federal de Minas Gerais

Gleyson Martins Magalhães Reymão - Mestre Profissional em Propriedade Intelectual e Transferência de Tecnologia para a Inovação pelo Instituto Federal do Pará

Glicerinaldo de Sousa Gomes - Doutorando em Educação pela Universidade Federal da Paraíba

Gustavo Boni Minetto - Mestrando em Educação, Linguagens e Tecnologia pela Universidade Estadual de Goiás

Gutemberg Rapôso da Silva Ferreira - Mestre em Linguística pela Universidade Federal do Tocantins de Porto Nacional

João Vitor Silva Almeida - Graduado em Gestão de Cooperativas pela Universidade Federal do Tocantins

José Bruno Martins Leão - Doutor em Sistema Constitucional de Garantia de Direitos pela Instituição Toledo de Ensino

José Carlos dos Santos Silva - Mestrando em Educação Física pela Universidade Federal do Vale do São Francisco

José Cláudio da Silva Júnior - Mestrando em Ciências da Saúde pela Universidade de Pernambuco

José Leonardo Diniz de Melo Santos - Mestre em Educação, Culturas e Identidades pela Universidade Federal Rural de Pernambuco

José Marciel Araújo Porcino - Graduado em Pedagogia pela Universidade Federal da Paraíba, UFPB, Brasil.



José Neto de Oliveira Felipe - Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo.

José Ronaldo de Freitas Machado - Mestre em Educação pela Universidade de Uberaba

Jungley de Oliveira Torres Neto - Doutor em Ciência da Religião pela Universidade Federal de Juiz de Fora

Karyne Oliveira Coelho - Doutora em Ciência Animal pela Universidade Federal de Goiás

Lidiana da Cruz Pereira - Doutora em Doutorado em Educação pela Universidade do Vale do Itajaí

Lidiane Álvares Mendes - Doutoranda em Estudos de Cultura Contemporânea pela Universidade Federal de Mato Grosso

Luan Brenner da Costa - Editor Independente - Graduado em Enfermagem pela Fundação Herminio Ometto

Lucas Matheus Araujo Bicalho - Mestrando em Historia pela Universidade Estadual de Montes Claros, UNIMONTES, Brasil.

Luciano Victor da Silva Santos - Mestrando em Hotelaria e Turismo pela Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Brasil.

Luzia Eleonora Rohr Balaj - Doutoranda em Música pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Magno Fernando Almeida Nazaré - Mestre em Educação Profissional e Tecnológica pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão

Maiara Martins Doná - Mestra em Educação pela Universidade de Sorocaba

Maickon Willian de Freitas - Mestre em Ciências Biológicas pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Maikon Luiz Mirkoski - Mestre Profissional em Matemática em Rede Nacional pela Universidade Estadual de Ponta Grossa

Mailson Moreira dos Santos Gama - Doutorando em História pela Universidade Federal de Minas Gerais

Marcela da Silva Melo - Mestre em Avaliação de Políticas Públicas pela Universidade Federal do Ceará

Marcelo Bustamante Chilingue - Doutorando em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Marcelo Carvalho da Conceição - Doutor em Biologia Estrutural e Funcional pela Universidade Federal de São Paulo

Marcos Scarpioni - Doutorando em Ciência da Religião pela Universidade Federal de Juiz de Fora

Maria da Luz Olegário - Doutora em Doutorado em Educação pela Universidade Federal da Paraíba



Maria Nazaré Lopes Baracho - Doutoranda em Odontologia pela Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - Campus JK

Marilha da Silva Bastos - Mestranda em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará

Mario Marcos Lopes - Doutorando em Educação pela Universidade Federal de São Carlos

Marlon Messias Santana Cruz - Doutor em Memória: Linguagem e Sociedade pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Michael Douglas Alves dos Santos - Mestrando em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos pela Universidade do Estado da Bahia

Mirna Liz da Cruz - Editora Independente - Graduada em Odontologia pela Universidade Federal de Goiás

Natan Gomes dos Santos - Graduado em Biomedicina pela Faculdade Madre Thais

Newton Ataíde Meira - Mestrando em Desenvolvimento Social pela Universidade Estadual de Montes Claros

Plinio da Silva Andrade - Mestrando em Ciências da Educação pela Universidade Leonardo Da Vinci

Priscila da Silva de Souza Bertotti - Editora Independente - Graduada em Biomedicina pelo Centro Universitário UniOpet

Rafael José Kraisch - Doutorando em Neurociências pela Universidade Federal de Santa Catarina

Ryan Dutra Rodrigues - Editor Independente - Graduado em Psicologia pelo Centro Universitário das Faculdades Metropolitanas Unidas

Sebastião Lacerda de Lima Filho - Doutorando em Medicina Translacional pela Universidade Federal do Ceará

Silvana Maria Aparecida Viana Santos - Mestra em Tecnologias Emergentes em Educação pela MUST University

Silvio de Almeida Junior - Doutor em Promoção de Saúde pela Universidade de Franca

Stefany Reis Marquioli - Mestra em História Social pela Universidade Estadual de Montes Claros

Suely Maria da Silva - Mestra em Gestão Pública Para o Desenvolvimento do Nordeste pela Universidade Federal de Pernambuco

Swelen Freitas Gabarron Peralta - Doutoranda em Educação pela Universidade Tuiuti do Paraná

Talita Benedcta Santos Künast - Doutoranda em Biodiversidade e Biotecnologia pela Universidade Federal de Mato Grosso

Tályta Carine da Silva Saraiva - Mestra em Agronomia pela Universidade Federal do Piauí



Thiago Giordano de Souza Siqueira - Doutor em Ciência da Informação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Thiago Silva Prado - Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Maringá

Vinicius Valim Pereira - Doutor em Zootecnia pela Universidade Estadual de Maringá, UEM, Brasil.

Wilson Moura - Doutor em Psicologia pela Christian Business School

Yohans de Oliveira Esteves - Doutor em Psicologia pela Universidade Salgado de Oliveira



**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

A532

Análise estática e dinâmica de torres metálicas estaiadas sob ação do vento com ênfase em modelagem matemática e simulação numérica [recurso eletrônico] / Evandro de Carvalho Ribeiro ... [et al.]. – Curitiba, PR: Aurum Editora, 2026.  
Dados eletrônicos (1 PDF).

ISBN 978-65-83849-97-7

1. Torres metálicas estaiadas. 2. Análise estrutural. 3. Ação dinâmica do vento. 4. Simulação numérica. 5. Estruturas metálicas. I. Ribeiro, Evandro de Carvalho. II. Chaves, Francisco Arlon de Oliveira. III. Oliveira, Francisca das Chagas. IV. Cordeiro, Eugênia Maria dos Santos. V. Título.

CDU 624.014.2

Catálogo na fonte: Bruna Heller (CRB10/2348)

**Índices para catálogo sistemático:**

1 Estruturas metálicas 624.014.2

**DOI:** 10.63330/livroautoral522026-

**Aurum Editora Ltda**  
CNPJ: 589029480001-12  
[contato@aurumeditora.com](mailto:contato@aurumeditora.com)  
(41) 98792-9544  
Curitiba - Paraná



## AUTORES

### **Evandro de Carvalho Ribeiro**

Possui graduação em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Piauí (2000) e mestrado em Estruturas e Construção Civil pela Universidade de Brasília (2006). Atualmente é engenheiro civil da Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos atuante na área de orçamento e projeto estrutural de agências, professor das disciplinas de Estruturas Metálicas, Estruturas de Madeira e Mecânica dos Solos 2 no Centro Universitário Santo Agostinho. Experiência na área de Engenharia Civil com ênfase em Análise Estrutural. Professor mestre nas áreas de estruturas de aço, madeira e concreto armado.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6972-7644>

E-mail: [evribeiro55@gmail.com](mailto:evribeiro55@gmail.com)

### **Francisco Arlon de Oliveira Chaves**

Mestre em Engenharia e Tecnologia de Materiais pelo Instituto Federal do Piauí (IFPI), licenciado em Matemática (2020), graduado em Engenharia Civil pela Faculdade Santo Agostinho (2018) e especialista em Docência do Ensino Superior pela Universidade Estadual do Piauí (UESPI), além de especialista em Metodologia do Ensino da Matemática e da Física. Atualmente, atua como professor de Matemática no Colégio Gláucia Costa e como técnico em edificações na Prefeitura Municipal de Teresina. Possui experiência nas áreas de Engenharia Civil e Matemática, com ênfase em processos construtivos, materiais alternativos para a construção civil e ensino de Matemática no nível médio.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5503-0923>

E-mail: [arlonoliv@hotmail.com](mailto:arlonoliv@hotmail.com)

### **Francisca das chagas Oliveira**

Possui graduação em Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UFPI) e é especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio. Graduação em Engenharia Civil na UNINASSAU, com especialização em Pavimentação Asfáltica pela Faculdade Única. É mestre em Engenharia de Materiais pelo Instituto Federal do Piauí (IFPI) e, atualmente, doutoranda na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). No âmbito profissional, atua como professora na Secretaria de Educação do Piauí (SEDUC-PI) e na Secretaria de Educação do Maranhão (SEDUC-MA). Tem experiência consolidada na área de Matemática, com ênfase em Análise Numérica, e desenvolve pesquisas voltadas ao reaproveitamento de resíduos.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6262-9125>

E-mail: [engenheira.franoliv@gmail.com](mailto:engenheira.franoliv@gmail.com)

### **Eugênia Maria dos Santos Cordeiro**

Possui graduação em Letras – Espanhol pela Universidade Estadual do Piauí (2006), bem como graduação em Letras – Português e Inglês. É especialista na área de Letras. Atualmente, atua como professora das redes estaduais de ensino do Maranhão e do Piauí, além de tutora a distância da Universidade Estadual do Piauí. Foi professora da U. E. Cenequista Popular de Teresina. Possui experiência na área de Letras.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-2592-2388>

E-mail: [emscordeiro81@gmail.com](mailto:emscordeiro81@gmail.com)



**Andreson de França Almeida**

Especialista em Administração Pública pela (UNIBF) e especialista em Educação Especial pela Faculdade Iguacu. Possui graduação em Administração pela Universidade Estadual do Piauí (2019) e graduação em Letras Português e Inglês pela (UNICV). Atualmente, exerce a função de Técnico em Edificações no Instituto Federal do Piauí (IFPI), Campus Parnaíba. Também atua como professor da rede estadual de ensino do Piauí, no eixo tecnológico de Gestão e Negócios. Além disso, desempenha atividades como tutor no curso superior de Tecnologia em Gestão de Recursos Humanos do IFPI, contribuindo para a formação acadêmica e profissional de estudantes na área de gestão.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-2282-1375>

E-mail: [andresonalmeida@ifpi.edu.br](mailto:andresonalmeida@ifpi.edu.br)



## AGRADECIMENTOS

A realização desta obra representa a concretização de um importante desafio acadêmico, profissional e pessoal. Sua elaboração foi marcada por dedicação, estudo, pesquisa e pelo constante desejo de contribuir para a disseminação do conhecimento científico e tecnológico nas áreas da Matemática e da Engenharia. Agradeço, primeiramente, a Deus, pela força, sabedoria e perseverança concedidas ao longo desta caminhada, permitindo superar obstáculos e transformar objetivos em conquistas.

Expresso minha gratidão à família, aos amigos, professores e colegas, pelo apoio, incentivo e compreensão durante todo o processo de construção deste trabalho.

Agradeço também às instituições de ensino e aos ambientes profissionais que contribuíram significativamente para minha formação acadêmica, científica e humana, proporcionando experiências fundamentais para o desenvolvimento desta obra.

Por fim, manifesto meu reconhecimento a todos os estudantes, pesquisadores e profissionais que acreditam no poder transformador da educação, da ciência e da tecnologia, servindo como inspiração para a constante busca pelo conhecimento e pela inovação.



## RESUMO

Este trabalho faz parte de uma pesquisa onde o objetivo é o desenvolvimento de um estudo numérico envolvendo estruturas de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada, utilizadas para sistemas de telecomunicações, submetidas às ações estática e dinâmica do vento. Os procedimentos adotados para a determinação das forças estáticas do vento seguem a metodologia apresentada na norma NBR6123. Para o desenvolvimento da análise dinâmica ao longo do vento, o procedimento é baseado na formulação de Monte Carlo que permite a simulação da parcela flutuante do vento. Para o estudo numérico, as torres estaiadas foram modeladas utilizando formulações matemáticas lineares e não-lineares que permitem a introdução de forças de pré-tensionamento nos elementos de cabo das torres como também os efeitos da variação da temperatura. Estes modelos foram introduzidos em quatro programas computacionais desenvolvidos por Menin (2020), cujos resultados obtidos foram comparados aos do programa comercial SAP2000. Para ilustrar a versatilidade dos programas computacionais empregados neste trabalho, uma ênfase particular é dada à análise considerando os efeitos da ruptura súbita de um elemento de cabo das torres estaiadas sob nenhuma pressão do vento. Os resultados obtidos através das análises realizadas para torres estaiadas revelaram a importância de se considerar as ações estática e dinâmica do vento para a determinação dos esforços axiais máximos nos elementos estruturais de cabos e perfis metálicos.



## ABSTRACT

This work is part of a research where the objective is the development of a numeric study involving structures of guyed metallic towers of square transverse section, used for systems of telecommunications, submitted to the actions static and dynamic of the wind. The procedures adopted for the determination of the static forces of the wind follow the methodology described in Brazilian Code – NBR6123. For the development of the dynamic analysis along the wind, the procedure is based on Monte Carlo's formulation that allows the simulation of the fluctuating portion of the wind. For the numeric study, the guyed towers were modeled using linear and nonlinear mathematical formulations that allow the introduction of prestressing forces in the elements of cable of the towers as well as the effects of the variation of the temperature. These models were introduced in four programs developed by Menin (2002), whose results obtained were compared to the of the commercial program SAP2000. In way to illustrate the versatility of the programs used in this work, particular emphasis it is given to the analysis considering the effects of the sudden rupture of an element of cable of the guyed towers under no wind pressure. The results obtained through the analyses accomplished for guyed towers revealed the importance of considering to the actions static and dynamic of the wind for the determination of the maximum axial forces in the structural elements of cables and metallic bars.



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	22
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	22
1.2 JUSTIFICATIVA.....	22
1.3 NATUREZA DO TRABALHO.....	23
1.4 METODOLOGIA.....	24
1.5 OBJETIVOS.....	25
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	25
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	27
<b>3 DESCRIÇÃO DE TORRES ESTAIADAS</b> .....	31
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	31
3.2 CARACTERÍSTICAS DAS TORRES ESTAIADAS.....	31
3.3 CABOS DE AÇO (ESTAIS).....	35
3.4 TIPOS DE ANTENAS.....	36
<b>4 FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS</b> .....	38
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAS.....	38
4.2 ANÁLISE ESTÁTICA.....	38
<b>4.2.1 Modelo não-linear para cabo tensionado</b> .....	38
4.2.1.1 Deformação longitudinal.....	38
4.2.1.2 Energia Potencial Total.....	41
4.2.1.3 Gradiente da Energia Potencial Total.....	42
<b>4.2.2 Modelo linear para cabo tensionado</b> .....	45
4.2.2.1 Deformação longitudinal.....	45
4.2.2.2 Energia Potencial Total.....	46
4.2.2.3 Gradiente da Energia Potencial Total.....	46
<b>4.2.3 Modelo linear clássico de treliça espacial</b> .....	48
4.2.3.1 Energia Potencial Total.....	48
4.2.3.1 Gradiente da Energia Potencial Total.....	49
4.3 ANÁLISE MODAL.....	50
<b>4.3.1 Considerações iniciais</b> .....	50
<b>4.3.2 Equação de equilíbrio dinâmico</b> .....	50
<b>4.3.3 Problema de autovalores e autovetores</b> .....	51
<b>4.3.4 Matriz Hessiana</b> .....	53
<b>4.3.5 Normalização dos autovetores</b> .....	56
4.4 ANÁLISE DINÂMICA.....	57
<b>4.4.1 Processo de integração numérica</b> .....	57
<b>4.4.2 Integração da equação do movimento</b> .....	57



4.4.3 Matriz de amortecimento.....	60
4.4.4 Matriz de massa consistente.....	60
4.4.5 Esforços internos.....	61
<b>5 AÇÕES ESTÁTICAS DO VENTO SEGUNDO A NBR6123.....</b>	<b>62</b>
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	62
5.2 FORÇAS DE ARRASTO.....	62
5.3 DECOMPOSIÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO.....	65
5.4 TEORIA ELÁSTICA DE DIMENSIONAMENTO.....	69
5.5 DIMENSIONAMENTO DOS PERFIS METÁLICOS.....	70
5.6 DIMENSIONAMENTO DOS CABOS.....	73
<b>6 AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO.....</b>	<b>76</b>
6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	76
6.2 HISTÓRICO DO ESTUDO DO CARREGAMENTO DO VENTO.....	76
6.3 MÉTODO DE MONTE CARLO.....	78
6.3.1 Vento médio e rajadas.....	79
6.3.2 Espectro de velocidades flutuantes.....	80
6.3.3 Espectro de pressões flutuantes.....	83
6.3.4 Decomposição da pressão flutuante.....	83
6.3.5 Correlação espacial de velocidades e pressões flutuantes.....	87
6.3.6 Sistematização do método.....	89
6.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	90
<b>7 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS.....</b>	<b>92</b>
7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	92
7.2 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS COMPUTACIONAIS.....	92
7.2.1 Programa gerador de torres estaiadas quadradas (GTEQ).....	92
7.2.2 Programa de análise estática de torres estaiadas quadradas (AETEQ).....	93
7.2.3 Programa de análise modal de torres estaiadas quadradas (FMVTEQ).....	94
7.2.4 Programa de análise dinâmica de torres estaiadas quadradas (ADTEQ).....	95
7.2.5 Programa para determinação de amplitude de rajadas (RAJADA).....	97
7.3 PROGRAMA SAP2000.....	99
7.3.1 Comentários a respeito do programa SAP2000.....	100
<b>8 APLICAÇÕES E RESULTADOS.....</b>	<b>101</b>
8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	101
8.2 ANÁLISE ESTATICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS.....	102
8.3 ANÁLISE MODAL DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS.....	109
8.4 ANÁLISE DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS.....	115



<b>8.4.1 Análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros</b> .....	115
8.5 ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS SOB RUPTURA DE CABO.....	123
<b>8.5.1 Análise estática da torre estaiada de 50m sob ruptura de cabo</b> .....	123
<b>8.5.2 Análise modal da torre estaiada de 50m sob ruptura de cabo</b> .....	126
<b>8.5.3 Análise dinâmica da torre estaiada de 90m sob ruptura de cabo</b> .....	129
<b>9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b> .....	134
9.1 CONCLUSÕES.....	134
9.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	135
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	137
<b>APÊNDICES</b> .....	141
A – CARACTERÍSTICAS DE CABOS E PERFIS METÁLICOS.....	141
B – BITOLAS DOS PERFIS METÁLICOS.....	143
C – TORRES ESTAIADAS METÁLICAS DE SEÇÃO QUADRADA.....	145
D – DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS PARA CABOS.....	150
E – DESLOCAMENTOS TEMPORAIS DE TOPO PARA 20 SÉRIES DE CARREGAMENTO DA TORRE ESTAIADA DE 30 METROS.....	155
F – AMPLITUDES NODAIS DA TORRE ESTAIADA DE 30 METROS.....	158
G – VARIAÇÃO DOS ESFORÇOS AXIAIS DE TRAÇÃO DOS CABOS DA TORRE DE 90 METROS APÓS RUPTURA DO CABO 2.....	161
H – MODOS DE VIBRAÇÃO APÓS RUPTURA DE CABO DA TORRE ESTAIADA DE 50 METROS.....	166
I – ANÁLISES ESTÁTICA, DINÂMICA E MODAL DE TORRES ESTAIADAS UTILIZANDO O PROGRAMA SAP2000.....	170



## LISTA DE TABELAS

5.1 - Parâmetros para Ca (Guimarães, 2000).....	63
5.2 - Fatores de redução $\phi_f$ .....	74
8.1 - Características das torres estaiadas.....	103
8.2 - Comparação entre deslocamentos nodais no topo das torres estaiadas.....	104
8.3 - Esforços axiais nos montantes da base das torres estaiadas.....	105
8.4 - Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.....	106
8.5 - Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.....	106
8.6 - Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.....	107
8.7 - Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.....	108
8.8 - Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.....	109
8.9 - Análise comparativa entre frequências naturais das torres estaiadas.....	110
8.10 - Diferença entre frequências naturais dos programas FMVTEQ e SAP2000.....	110
8.11 - Modos de vibração da Torre de 50m (FMVTEQ e SAP2000).....	112
8.12 - Funções harmônicas para análise dinâmica da torre de 30m.....	116
8.13 - Deslocamentos máximos por série de carregamento.....	118
8.14 - Propriedades estatísticas para as séries de carregamento.....	118
8.15 - Deslocamento máximo de topo da torre estaiada de 30m.....	120
8.16 - Esforço interno no montante da base da torre estaiada de 30m.....	120
8.17 - Esforços axiais máximos das análises estática e dinâmica da torre de 30m.....	121
8.18 - Pré-tensão dos cabos da torre estaiada de 50m sem carga de vento.....	125
8.19 - Esforços nos cabos da torre estaiada de 50m com carga de vento.....	126
8.20 - Frequências naturais da torre de 50m após ruptura de elemento de cabo.....	127
8.21 - Esforços axiais de tração máximos dos cabos intactos após ruptura do cabo 2.....	131
A.1 - Características dos perfis metálicos.....	141
A.2 - Características dos cabos de aço de sete fios.....	142
B.1 - Bitola dos perfis da torre de 10 metros.....	143
B.2 - Bitola dos perfis da torre de 30 metros.....	143
B.3 - Bitola dos perfis da torre de 50 metros.....	143
B.4 - Bitola dos perfis da torre de 70 metros.....	144
B.5 - Bitola dos perfis da torre de 90 metros.....	144
D.1 - Deformações para cabos da torre de 10 metros.....	150
D.2 - Deformações para cabos da torre de 30 metros.....	151
D.3 - Deformações para cabos da torre de 50 metros.....	152
D.4 - Deformações para cabos da torre de 70 metros.....	153
D.5 - Deformações para cabos da torre de 90 metros.....	154
E.1 - Histórico dos deslocamentos temporais nodais de topo da torre de 30 metros.....	155
F.1 Amplitudes nodais para a torre de 30 metros.....	156



## LISTA DE FIGURAS

3.1 - Dispositivo anti-torção e detalhe da extremidade (Menin, 2002).....	32
3.2 - Região de ancoragem de cabos na torre (Menin, 2002).....	32
3.3 - Torre metálica estaiada de seção transversal quadrada.....	33
3.4 - Disposição de barras em uma seção (Menin, 2002).....	34
3.5 - Ancoragem normal e ancoragem em anti-torçor (Menin, 2002).....	34
3.6 - Seção transversal do cabo de aço de sete fios.....	36
3.7 - Terminação de cabo com laço, sapatilho e grampos (Menin, 2002).....	36
3.8 - Antena Yagi para transmissão em UHF e VHF (Ideal Antenas Profissionais).....	37
4.1 - Modelo não-linear de elemento de cabo e representação vetorial (Menin 2002).....	39
4.2 - Deslocamentos do elemento de cabo no espaço.....	43
4.3 - Representação vetorial do modelo linear de elemento de cabo (Menin 2002).....	46
5.1 - Coeficiente de arrasto para torres reticuladas de seção quadrada (NBR6123).....	63
5.2 - Decomposição horizontal da força de arrasto $F_a$ (NBR6123).....	65
5.3 - Força de arrasto a partir do perfil contínuo (Blessmann, 1988).....	66
5.4 - Decomposição vertical para as forças de arrasto.....	68
5.5 - Comprimento dos elementos para cálculo do índice de esbeltez (Menin, 2002).....	73
6.1 - Espectro da velocidade longitudinal do vento (Van der Hoven, 1957).....	79
6.2 - Equivalência entre vento horário e vento médio em t segundos (Menin, 2002).....	80
6.3 - Espectros de Davenport, von Kármán, Kaimal e Harris (Lazanha, 2003).....	81
6.4 - Espectro de vento $S(z,n)$ e espectro reduzido $S_r(z,n)$ (Franco, 1993).....	83
6.5 - Decomposição espectral da pressão flutuante (Franco, 1993).....	85
6.6 - Perfil de pressões do vento.....	87
6.7 - Correlação espacial de velocidades (Franco, 1993).....	88
6.8 - Coeficiente de decaimento linear da pressão flutuante (cdl).....	89
7.1 - Fluxograma GTEQ.....	93
7.2 - Fluxograma AETEQ.....	94
7.3 - Fluxograma FMVTEQ.....	95
7.4 - Fluxograma ADTEQ.....	97
7.5 - Fluxograma do programa RAJADA.....	98
7.6 - Esquema de incidência de cargas flutuantes (modificado – Guimarães, 2000).....	99
8.1 - Deslocamentos máximos de topo para cada série da torre estaiada de 30m.....	117
8.2 - Deslocamento temporal para a série característica de carregamento nº. 18.....	119
8.3 - Comparação entre esforços de tração das análises estática e dinâmica.....	122
8.4 - Comparação entre esforços de compressão das análises estática e dinâmica.....	122
8.5 - Comparação entre frequências naturais da torre de 50m para a estrutura intacta e com ruptura de cabo.....	127
8.6 - Torre Estaiada 50m: Comparação entre o modo fundamental de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	128
8.7 - Torre Estaiada 50m: Comparação entre o 3º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	129
8.8 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos na cota 88,20m após ruptura do cabo 2.....	132
C.1 - Torre estaiada de 10 metros.....	145
C.2 - Torre estaiada de 30 metros.....	146
C.3 - Torre estaiada de 50 metros.....	147
C.4 - Torre estaiada de 70 metros.....	148
C.5 - Torre estaiada de 90 metros.....	149
G.1 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 88,20m.....	161
G.2 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 78,60m.....	162



G.3 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 69,00m.....	162
G.4 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 59,40m.....	163
G.5 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 49,80m.....	163
G.6 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 40,20m.....	164
G.7 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 30,60m.....	164
G.8 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 21,00m.....	165
G.9 - Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 11,40m.....	165
H.1 - Comparação entre o modo fundamental de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	166
H.2 - Comparação entre o 2º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	167
H.3 - Comparação entre o 3º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	167
H.4 - Comparação entre o 4º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	168
H.5 - Comparação entre o 5º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	168
H.6 - Comparação entre o 6º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).....	169
I.1 - Parâmetros para definição de materiais (SAP2000) .....	172
I.2 - Propriedades geométricas da seção transversal de barras (SAP2000) .....	173
I.3 - Propriedades geométricas da seção transversal de cabos (SAP2000) .....	173
I.4 - Definição do carregamento estático (SAP2000) .....	174
I.5 - Definição da análise estática (SAP2000).....	175
I.6 - Bloco de combinação de carregamentos estáticos (SAP2000).....	175
I.7 - Definição da análise modal (SAP2000) .....	177
I.8 - Definição do carregamento dinâmico (SAP2000) .....	178
I.9 - Funções flutuantes para análise dinâmica (SAP2000) .....	179
I.10 - Carregamento flutuante do vento para análise dinâmica (SAP2000) .....	180
I.11 - Definição da análise dinâmica (SAP2000) .....	181
I.12 - Parâmetros de integração numérica (SAP2000) .....	182
I.13 - Parâmetros para amortecimento da análise dinâmica (SAP2000).....	182
I.14 - Parâmetros não-lineares para análise dinâmica (SAP2000).....	183
I.15 - Bloco de combinação do carregamento dinâmico (SAP2000).....	183



## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$a_{ij}$	: Matriz dos autovetores do sistema não normalizados.
$a_j$	: Vetor modal $j$ não normalizado.
$A_g$	: Área bruta da seção transversal dos perfis estruturais.
$A_n$	: Área líquida da seção transversal dos perfis estruturais.
$b; F_r; p$	: Parâmetros meteorológicos conforme NBR6123.
$c$	: Vetor que representa o tensionamento do elemento de cabo.
$C$	: Matriz de amortecimento da estrutura.
$Ca$	: Coeficiente de arrasto.
$c_{ar}$	: Coeficiente aerodinâmico.
$C_c$	: Índice de esbeltez limite entre flambagem elástica e inelástica – AISC.
$cdl$	: Coeficiente de decaimento linear utilizado no método de Monte Carlo.
$C_k$	: Coeficiente de área da componente harmônica.
$c_k$	: Coeficiente de área relativo da componente harmônica.
$Coh$	: Coeficiente de correlação espacial.
$cos \eta$	: Cosseno diretor do elemento de cabo associado à direção X.
$cos \zeta$	: Cosseno diretor do elemento de cabo associado à direção Y.
$cos \gamma$	: Cosseno diretor do elemento de cabo associado à direção Z.
$d$	: Matriz dos modos de vibração da estrutura.
$dn$	: Faixa de frequência utilizada no método de Monte Carlo.
$E$	: Módulo de elasticidade do material.
$f$	: Vetor das forças nodais externas – análise estática.
$Fa$	: Força de arrasto.
$Fa_i$	: Força de arrasto na extremidade inferior do módulo.
$Fa_s$	: Força de arrasto na extremidade superior do módulo.
$F_{adm}$	: Força admissível à compressão nos perfis estruturais.
$F_{adm}^{t1}$	: Força admissível à tração – ruptura da seção líquida.
$F_{adm}^{t2}$	: Força admissível à tração – escoamento da seção bruta.
$FS$	: Fator de segurança utilizado no dimensionamento das peças.
$F_u$	: Tensão última do material.
$F_y$	: Tensão de escoamento do material.
$\underline{g(x)}$	: Vetor gradiente da Energia Potencial Total da estrutura.
$\underline{G}; \underline{L}$	: Matrizes auxiliares utilizadas no cálculo da matriz Hessiana.
$H(x^*)$	: Matriz Hessiana do sistema.
$ha$	: Altura de aplicação da força de arrasto.
$K$	: Parâmetro utilizado no cálculo do comprimento de flambagem.
$K_1; K_2$	: Parâmetros do perfil contínuo de vento.
$K_m$	: Matriz de rigidez do elemento de treliça em relação aos eixos de membro.
$K_S$	: Matriz de rigidez do elemento de treliça em relação aos eixos da estrutura.
$l$	: Vetor que representa o comprimento inicial do elemento de cabo.
$l'$	: Vetor que representa a configuração deformada do elemento de cabo.
$l_{ij}$	: Termos da matriz auxiliar $\underline{L}$ .
$L$	: Comprimento do elemento de barra.
$L_t$	: Comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.
$l_1(z)$	: Largura da edificação na cota $z$ .
$m$	: Número de funções harmônicas utilizadas no método de Monte Carlo.
$M$	: Matriz de massa consistente da estrutura.



$M_k$	: Momento de tombamento produzido pela força de arrasto de cada módulo $k$ .
$M_n$	: Matriz de massa modal.
$ndf$	: Número de graus de liberdade total da estrutura.
$p, q$	: Vetores dos deslocamentos nodais da extremidade inicial e final do cabo.
$p_3$	: Pressão de pico em 3 segundos.
$p_{600}$	: Pressão média do vento em 10 minutos.
$p'(t)$	: Pressão flutuante ao longo de tempo.
$\bar{p}'(t)$	: Valor médio da pressão flutuante.
$\bar{p}'^2(t)$	: Valor quadrado médio da pressão flutuante.
$P$	: Vetor de forças nodais externas.
$P_{pf}$	: Porcentagem da parcela flutuante do vento.
$q(z)$	: Variação da pressão dinâmica do vento ao longo da altura da estrutura.
$Q_i$	: Função das forças generalizadas.
$r$	: Raio de giração do perfil estrutural.
$r_{min}$	: Raio de giração mínimo do perfil estrutural.
$R$	: Matriz de rotação de eixos.
$S_d$	: Capacidade resistente do cabo segundo o critério das tensões admissíveis.
$S_n$	: Capacidade resistente nominal do cabo conforme informado pelo fabricante.
$S(n)$	: Densidade espectral de potência em função da frequência $n$ da excitação.
$S_1$	: Fator topográfico segundo a NBR6123.
$S_2$	: Fator que considera o efeito combinado da rugosidade e da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação.
$S_3$	: Fator estatístico segundo a NBR6123.
$T$	: Energia cinética do sistema.
$T_1$	: Tensão nos cabos devido a cargas permanentes e pré-tensão.
$T_2$	: Tensão nos cabos devido a cargas permanentes, pré-tensão e cargas do vento.
$T_n$	: Menor período de vibração natural da estrutura
$t_{máx}$	: Intervalo de tempo utilizado na análise dinâmica.
$u$	: Vetor cossenos diretores do elemento de cabo na configuração indeformada.
$u^*$	: Velocidade de fricção (função da rugosidade do terreno).
$U_0$	: Velocidade média do vento no método de Monte Carlo.
$U_z$	: Velocidade média do vento na altura $z$ .
$V$	: Volume do elemento de cabo ou treliça.
$V_0$	: Velocidade básica do vento
$V_3$	: Velocidade de pico em 3 segundos.
$V_{600}$	: Velocidade média do vento em 10 minutos.
$V_k$	: Velocidade característica do vento.
$W$	: Potência do espectro.
$x$	: Vetor com os deslocamentos nodais do sistema.
$x_c$	: Valor característica da análise combinada.
$x^*$	: Vetor que representa um estado de equilíbrio estável da estrutura.
$\bar{x}$	: Moda – utilizada na distribuição de Gumbel (Tipo 1).
$\dot{x}$	: Vetor das velocidades das coordenadas nodais da estrutura.
$\ddot{x}$	: Vetor das acelerações das coordenadas nodais da estrutura.
$Y_i$	: Termo auxiliar utilizado no cálculo da matriz $\bar{G}$ .
$z$	: Vetor auxiliar para o cálculo da deformação no elemento de cabo.
$\alpha$	: Coeficiente de dilatação térmica.
$\tilde{\alpha}$	: Medida da dispersão na distribuição de Gumbel (Tipo 1).
$\alpha_c$	: Área da seção transversal do elemento de cabo.
$\beta_1; \beta_2$	: Coeficientes do método de Newmark.



$\delta$	: Vetor utilizado no cálculo da deformação no elemento de cabo.
$\varepsilon$	: Deformação longitudinal do elemento de cabo.
$\varphi$	: Índice de área exposta.
$\varphi_d$	: Fator de redução devido ao tipo de terminação do cabo.
$\varphi_f$	: Fator de redução devido à utilização de defletores.
$\varphi_{ij}$	: Matriz dos autovetores normalizados.
$\gamma$	: Constante de Euler.
$\gamma_t$	: Efeito térmico ( $\gamma_t = \alpha \Delta T$ ).
$\lambda$	: Índice de esbeltez dos perfis estruturais.
$\lambda_c$	: Vetor que representa a distância entre nós na configuração indeformada do cabo tensionado.
$\lambda_t$	: Vetor que representa a configuração indeformada do cabo com efeito térmico.
$\mu$	: Módulo do vetor $c$ .
$\mu_t$	: Módulo do vetor $-\gamma_t l$ .
$\pi$	: Energia de deformação do elemento de cabo ou treliça.
$\theta_k$	: Ângulo de defasagem ( $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$ ).
$\rho$	: Massa específica do elemento.
$\sigma$	: Desvio padrão.
$\sigma^2$	: Variância.
$\sigma(\varepsilon)$	: Tensão no elemento de cabo ou barra.
$\sigma_{adm}$	: Tensão admissível - critério das tensões admissíveis.
$\sigma_{lim}$	: Tensão limite para um determinado tipo de sollicitação ( $\sigma_{lim} = \sigma_{adm} FS$ ).
$\sigma_{solic}$	: Tensão sollicitante devida às cargas em serviço – tensões admissíveis.
$\omega$	: Frequências naturais circulares ( $rad/s$ ).
$\omega^2$	: Autovalores do sistema.
$\zeta_n$	: Razão de amortecimento do modo $n$ .
$\Delta L$	: Variação real do comprimento do elemento no modelo linear de cabo.
$\Delta t$	: Passo de tempo utilizado no método de Newmark.
$\Delta T$	: Variação de temperatura.
$\Delta z_{ok}$	: Extensão da rajada triangular equivalente.
$\Gamma$	: Vetor auxiliar para o cálculo da aceleração no instante $t+\Delta t$ .
$\Pi_0$	: Energia Potencial Inicial do sistema.
$\Pi(x)$	: Energia Potencial Total do sistema.
$\  \cdot \ $	: Norma do vetor.
$\nabla$	: Primeira derivada em relação aos deslocamentos nodais.
$( \cdot )'$	: Primeira derivada em relação aos deslocamentos nodais.
$( \cdot )''$	: Segunda derivada em relação aos deslocamentos nodais.
$( \cdot )^T$	: Transposta do vetor.
$( \dot{\cdot} )$	: Primeira derivada em relação ao tempo.
$( \ddot{\cdot} )$	: Segunda derivada em relação ao tempo.
$x_t; \dot{x}_t; \ddot{x}_t$	: Deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t$ .
$x_{t+\Delta t}; \dot{x}_{t+\Delta t}; \ddot{x}_{t+\Delta t}$	: Deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t+\Delta t$ .
$x^p; \dot{x}^p; \ddot{x}^p$	: deslocamentos, velocidades e acelerações preditos no tempo $t+\Delta t$ .
$t+\Delta t \quad t+\Delta t \quad t+\Delta t$	



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O desenvolvimento de novos serviços de telecomunicações, especialmente suportados por tecnologias mais avançadas, e a abertura do setor à competição, ocorridos a partir do ano de 1998 com a reestruturação e a desestatização das empresas do Sistema Telebrás, implicou na expansão de novos sistemas de radiodifusão.

A expansão dos sistemas de radiodifusão, em destaque para a área de transmissões de ondas de rádio e televisão, evoluiu em direção a aquisição de equipamentos de telecomunicações, que pode ser traduzido pelo aumento considerável da utilização de torres de aço treliçadas em todo país, já que as mesmas servem de suporte para antenas empregadas nas transmissões.

Para o adequado funcionamento do sistema de telecomunicações, é necessário o conhecimento preciso do comportamento de torres dentro de suas condições limites e de utilização, de modo que engenheiros projetistas disponham de recursos operacionais ágeis e versáteis, proporcionando segurança satisfatória para garantir a confiabilidade de projetos.

O setor das telecomunicações é um dos mais atraentes e lucrativos para o investimento privado. Trata-se de um dos setores líderes da nova onda de expansão econômica. Pode-se contar que não faltarão investidores interessados em expandir essa atividade no mundo, em geral, e num país com as dimensões e o potencial do Brasil, em particular.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O mercado de telecomunicações teve grande impulso nos últimos anos no Brasil, em especial os sistemas de radiodifusão. Essa expansão demandou a instalação de uma quantidade considerável de torres, desde zonas pouco povoadas até os grandes centros urbanos, utilizando-se muitas vezes as coberturas de edifícios como base de sustentação.

As torres de telecomunicações são estruturas que se caracterizam pelo seu baixo peso próprio, elevada esbeltez e flexibilidade e um sistema no qual os esforços axiais são preponderantes. Essas características, somada a rara ocorrência de terremotos no Brasil, as tornam suscetíveis à ação do vento, o qual vem a ser o fator determinante para o projeto.

Como as torres são projetadas para resistir basicamente à ação imposta pelo vento, o comportamento dessas estruturas é geralmente avaliado segundo análises estáticas enquanto que a carga do vento possui um caráter essencialmente dinâmico e aleatório.

As torres são utilizadas como suporte de antenas de rádio, de celulares e de micro-ondas ou, também, como suporte para linhas de transmissão de energia. Devido à instalação de novos equipamentos, ocasionado pelo aumento das tecnologias de informação, a capacidade resistente destas estruturas será provavelmente levada próxima ao limite. Dessa forma, surge a necessidade de se avaliar melhor o

desempenho de torres existentes ou otimizar as torres novas em decorrência da influência dinâmica do vento. As torres existentes muitas vezes são recalculadas visando detectar a possibilidade de acréscimo de cargas (novas antenas ou antenas-extras). As torres novas precisam compatibilizar desempenho mecânico e “atratividade” comercial (rapidez na fabricação, preço, qualidade e garantias).

Como conseqüências da ação dinâmica do vento em torres de telecomunicações, são apresentados abaixo alguns casos de colapso de torres em maior número aos ocorridos com outros tipos de estruturas, conforme Madugula (2020):

- Alemanha, 1912 – torre estaiada de 200m de altura – colapso por oscilações;
- Inglaterra, 1965 – torre estaiada de 384m de altura – colapso por oscilações;
- Inglaterra, 1966 – torre de 290m de altura – colapso por cargas cíclicas;
- Estados Unidos, 1968 – torre estaiada de 60m de altura – fazendeiro transportando feno corta acidentalmente com o trator um cabo da torre;
- Argentina, 1968 – torre de 25m de altura – a queda de uma antena do tipo parabólica ocasionou o corte do cabo;
- Finlândia, 1970 – torre de 212m de altura – colapso devido a oscilações, vento e gelo;
- Alemanha, 1974 – torre com seção de topo cilíndrica – oscilações na estrutura;
- Finlândia, 1976 – torre de 56m de altura – oscilações ocasionadas na seção de topo;
- Suécia, 1979 – torre de 320m de altura – oscilações na estrutura;
- Alemanha, 1985 – torre de 298m de altura – oscilações e fadiga da estrutura;
- Itália, 1992 – torre de 100m de altura – fadiga nos montantes da estrutura.

A motivação para este trabalho vem da observação que ainda existem dificuldades na concepção, cálculo, projeto, fabricação, instalação e reforço de torres e de elementos estruturais dos sistemas de radiodifusão e do número reduzido de publicações nacionais sobre o assunto, especialmente na avaliação da sua resposta dinâmica.

Por outro lado, há também a necessidade de se desenvolver e implementar programas computacionais com os quais seja possível o cálculo e a análise de torres metálicas treliçadas, considerando carregamentos estáticos e/ou dinâmicos do vento.

### 1.3 NATUREZA DO TRABALHO

As torres de telecomunicações variam principalmente quanto à geometria, ao modelo e ao material utilizado, podendo ser destacadas sete formas básicas: Torres Estaiadas Quadradas, Torres Estaiadas Triangulares, Torres Autoportantes Quadradas, Torres Autoportantes Triangulares, Torres Tubulares (Concreto), Postes de Concreto e Postes Metálicos.

As torres investigadas nesta pesquisa constituem estruturas treliçadas estaiadas de seção transversal quadrada. Tanto a estrutura principal quanto o sistema de contraventamento utilizam perfis laminados do tipo cantoneira de abas iguais ligadas por parafusos. O material utilizado é o aço ASTM A36. Cabos de aço pré-tensionados (estais) suportam a estrutura principal, denominada mastro. Alguns desses cabos estão ligados a dispositivos anti-torção compostos por barras adicionais dispostas em uma configuração que permite a elevação da rigidez global da estrutura.

#### 1.4 METODOLOGIA

Para a realização da análise estática, foram levadas em consideração as prescrições da norma NBR6123 submetendo as torres estaiadas ao carregamento do vento proposto pela referida norma (com incidência perpendicular em relação à face da torre), assim como as cargas de peso próprio e de tensionamento dos cabos. Na discretização das estruturas são empregados elementos finitos retos (cabos ou treliças), considerando-se apenas a rigidez axial e utilizando uma formulação que admite alongamentos nos elementos de cabo para a introdução das forças de pré-tensionamento, segundo três modelos matemáticos distintos:

- Modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991);
- Modelo linear para cabo tensionado (Pulino, 1998);
- Modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991) e linear clássico de treliça espacial (Gere e Weaver, 1987).

Estes modelos descrevem basicamente a obtenção da função Energia Potencial Total do sistema, a fim de que a posição de equilíbrio estático seja obtida pela minimização dessa função através de um algoritmo do tipo Quasi-Newton.

As frequências e modos naturais de vibração da estrutura são determinados a partir de uma expressão linearizada da equação de equilíbrio dinâmico, admitindo-se pequenas oscilações em torno da configuração de equilíbrio estático e utilizando-se um algoritmo do tipo Jacobi Generalizado.

O cálculo do efeito dinâmico do vento na estrutura é realizado seguindo metodologia utilizada por Franco (1993), Guimarães (2000) e Menin (2002), tratando-se de uma simulação do tipo Monte Carlo, onde o carregamento do vento é dividido em duas parcelas, sendo uma constante (vento médio) e outra variável com respeito ao tempo (rajadas). A resposta dinâmica da estrutura é obtida pela integração explícita da equação de equilíbrio dinâmico ao longo do tempo, utilizando o método proposto por Newmark (1959), admitindo-se aceleração média constante no passo de tempo considerado. A partir dos resultados obtidos, pode-se, então, realizar um estudo estatístico.

Para a obtenção dos resultados das análises estática, modal e dinâmica de torres metálicas estaiadas, são utilizados quatro programas computacionais desenvolvidos por Menin (2002). Os programas utilizam

as três formulações matemáticas para modelos de análise linear e não-linear empregados para elementos finitos de dois nós (cabos e treliças).

## 1.5 OBJETIVOS

Nesta pesquisa consolidam-se três intenções básicas. A primeira delas associa-se à contribuição para o aperfeiçoamento técnico envolvendo torres estaiadas. A segunda diz respeito ao levantamento de informações para eventual referência a técnicos e projetistas. Finalmente, a terceira refere-se a encorajar outras pesquisas que propiciem a adequação destas estruturas às exigências de mercado.

Em linhas gerais, a finalidade desta pesquisa é realizar um estudo numérico do comportamento estático e dinâmico de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada, em termos dos deslocamentos nodais e esforços axiais solicitantes. Este estudo avalia também a precisão dos resultados, gerados pelos programas computacionais desenvolvidos por Menin (2002), comparando-os com os obtidos pelo programa de análise estrutural SAP2000 *Advanced* v.10.0.1.

Para os objetivos específicos deste trabalho podemos destacar:

- Estudar o comportamento de torres metálicas estaiadas de seção quadrada submetidas ao carregamento estático do vento segundo o modelo proposto na NBR6123;
- Avaliar o comportamento de torres metálicas estaiadas frente a um eventual rompimento de cabo. Avaliar a mudança nas frequências e modos naturais de vibração, bem como a distribuição dos esforços nos elementos de cabo;
- Avaliar a resposta dinâmica de torres estaiadas na direção do vento, em termos dos deslocamentos máximos nodais de topo, quando submetidas simultaneamente à parcela do carregamento estático e à parcela referente ao carregamento flutuante (rajadas);
- Comparar as respostas estática e dinâmica de torres estaiadas, na direção do vento, em termos dos deslocamentos máximos de topo e dos esforços axiais máximos nas barras;
- Validar os resultados obtidos pelos programas computacionais utilizados neste trabalho.

## 1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica referente aos estudos relacionados ao comportamento estático e dinâmico de estruturas reticuladas espaciais (torres) para telecomunicações, procurando-se salientar as conclusões obtidas por diversos autores e o desenvolvimento atual das pesquisas.

No Capítulo 3 são apresentadas as principais características relacionadas às torres metálicas estaiadas utilizadas para telecomunicações, bem como os tipos de cabos de aço e antenas de transmissão utilizados nestas estruturas.

No Capítulo 4 são descritas as três formulações matemáticas utilizadas na análise de torres estaiadas

submetidas aos carregamentos estático e dinâmico do vento.

No Capítulo 5 é descrito o procedimento de projeto para o cálculo do carregamento estático do vento e seus efeitos sobre torres de telecomunicações. Neste capítulo é apresentado ainda o critério de dimensionamento dos cabos e perfis metálicos utilizados nas torres estaiadas.

O Capítulo 6 traz os fundamentos para o cálculo da resposta dinâmica de estruturas esbeltas, incluindo torres de telecomunicações, sujeitas às vibrações forçadas induzidas pelo vento. Para a simulação do histórico de carregamento devido ao vento, foi utilizado o método de Monte Carlo. No final do capítulo é dada uma breve explicação sobre os parâmetros estatísticos utilizados na distribuição de Gumbel.

O Capítulo 7 descreve os programas computacionais utilizados neste trabalho para a obtenção dos resultados das análises estática, dinâmica e modal de torres estaiadas.

No Capítulo 8 são realizadas aplicações do programas computacionais desenvolvidos por Menin (2002) para cinco torres estaiadas quadradas, verificando-se a precisão dos resultados comparando-os aos obtidos através do programa SAP2000 *Advanced* v.10.0.1.

O Capítulo 9 apresenta as conclusões finais deste trabalho e sugestões para prosseguimento de análises futuras referentes ao objeto de estudo.

Os Apêndices são apresentados ao final deste trabalho, onde é possível obter informações necessárias sobre os procedimentos das análises realizadas para as torres metálicas estaiadas.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, são apresentados alguns estudos e resultados de trabalhos recentes relacionados ao comportamento estático e dinâmico de estruturas reticuladas espaciais (torres) para telecomunicações, procurando-se salientar as conclusões obtidas por diversos autores e o desenvolvimento atual das pesquisas.

Kahla (1995) publicou em artigo técnico a influência do mecanismo anti-torçor em torres estaiadas. O autor utilizou três tipos de modelagem para o exemplo de uma torre estaiada triangular de 152,40 metros. No primeiro modelo foram utilizados elementos de treliça, no segundo foram empregados elementos de viga para cada seção do mastro (totalizando 50 elementos) e, por último, a modelagem em elementos de viga considerando o mastro dividido por três nós entre pontos de ancoragem de cabos (totalizando 14 elementos). Conforme o estudo, os modelos empregados não apresentaram variação significativa em relação aos esforços nos elementos do mecanismo anti-torçor e com respeito aos elementos da torre. Por outro lado, houve diminuição da magnitude dos deslocamentos como também do ângulo de rotação da estrutura.

Madugula *et al* (1997) apresentaram uma análise em mastros estaiados visando o estudo do seu comportamento dinâmico. Os autores determinaram as frequências naturais utilizando dois modelos em elementos finitos: elemento de treliça e elemento de viga. Por outro lado, verificaram a influência das tensões iniciais dos cabos no cálculo das frequências naturais e os efeitos da instalação do dispositivo anti-torçor. Os dois modelos numéricos utilizados na discretização da estrutura foram avaliados através da fabricação de dois modelos reduzidos, em treliça de aço com seção triangular, testados em uma mesa vibratória. Segundo os autores, os resultados experimentais das frequências naturais estão de acordo com os valores obtidos pelos modelos em elementos finitos. Adicionalmente, constataram que um aumento da tensão inicial dos cabos de 8% a 15% afeta as frequências naturais da estrutura em até 35%.

Kahla (1997) investigou a resposta não-linear dinâmica devido à ocorrência de uma ruptura súbita de cabo de uma torre estaiada, com 150m de altura e seção transversal triangular, submetida à pressão estática de vento. No estudo, a torre foi modelada em elementos finitos de treliça e para representar os cabos foram incorporados elementos de catenária elástica. As análises mostraram que as tensões maiores foram obtidas para os cabos inicialmente a barlavento e que o colapso da estrutura acontece após a perda da capacidade resistente à compressão de um conjunto de barras verticais. Após a ruptura repentina de um cabo próximo ao topo da torre, os deslocamentos nodais tornaram-se menos significantes para pontos abaixo do segundo nível de ancoragem dos cabos, localizado a 97m de altura.

Kahla (2000) apresentou também um outro estudo da resposta dinâmica da mesma torre descrita acima, porém sem considerar a incidência do carregamento do vento. Para este tipo de análise o autor desenvolveu um programa que utiliza um modelo matemático exato de catenária elástica para representar o cabo estaiado. Os resultados revelaram que após a ruptura de um elemento de cabo, situado a 6,10m abaixo do topo da torre, as tensões finais nos cabos intactos não aumentaram consideravelmente e não

excederam sua capacidade de carga. A magnitude das oscilações da torre foi bem menor quando comparadas com as que foram encontradas na presença da pressão devida ao vento. Segundo o autor, isto se deu em virtude do menor desequilíbrio de carga e, conseqüentemente, da menor aceleração inicial a qual a estrutura está sujeita quando um cabo é rompido na ausência de pressão do vento. Na avaliação dos esforços máximos, verificou-se que não houve perda de capacidade resistente para as barras verticais, exceção feita para a maioria das barras horizontais e algumas diagonais, o que ocasionaria o colapso da estrutura. Após as análises realizadas, levando em consideração os dois artigos apresentados, o autor conclui que no projeto de torres estaiadas deveriam ser considerados ambos os casos de carregamento, ou seja, sem e com o efeito do vento.

Guimarães (2020) estudou o comportamento de torres metálicas autoportantes submetidas ao carregamento estático e flutuante decorrentes da ação do vento. Para o cálculo das pressões flutuantes o autor seguiu a metodologia utilizada por Franco (1993), tratando-se de uma simulação do tipo Monte Carlo. A análise considerando o carregamento flutuante levou a constatação que para as torres autoportantes os deslocamentos de topo apresentaram valores um pouco menor aos obtidos da análise estática.

Menin (2019) estudou o comportamento de torres estaiadas de seção quadrada submetidas ao carregamento estático do vento, segundo o procedimento descrito na norma NBR6123, bem como a resposta na direção do vento empregando o método de simulação do tipo Monte Carlo para o cálculo do carregamento flutuante. As torres estaiadas analisadas são compostas por perfis metálicos e cabos de aço (estais), empregando-se para a sua discretização elementos finitos retos (cabos ou treliças), considerando-se apenas a rigidez axial e utilizando formulações matemáticas lineares e não-lineares. Estas formulações admitem alongamentos nos elementos de cabo para a introdução de forças de pré-tensionamento. Segundo o autor, as formulações lineares e não-lineares, para a análise estática, levaram a resultados muito próximos, não se mostrando necessária a formulação não-linear para o estudo das torres estaiadas. O estudo apresentou também uma análise dinâmica de uma torre estaiada de 10 metros, levando em conta o tempo máximo de 10 segundos, onde foi verificado que o deslocamento de topo da estrutura foi maior do que o da análise estática. Porém, a análise dinâmica resultou em esforços menores que os obtidos na fase estática.

Klein *et al* (2021) apresentaram uma metodologia de modo a analisar o colapso de uma torre metálica treliçada autoportante de 82 metros utilizada para transmissão de ondas de rádio. Dentre as análises utilizadas para determinar as causas do acidente, constam os métodos estático e dinâmico prescritos pela norma brasileira NBR6123. Conforme avaliação dos autores, observou-se que o método estático conduziu a cargas superiores àquelas resultantes da aplicação do método dinâmico. Com isso a análise estática indicou que, para a velocidade básica do vento de 46m/s adotada no projeto, a tensão atuante na seção do montante rompido atingiu 566MPa, sendo superior à de tensão de ruptura do aço que é de 387MPa.

Nascimento e Requena (2022) apresentaram uma análise comparativa das ações estática e dinâmica devidas ao carregamento do vento em uma torre treliçada autoportante para telecomunicações com 64 metros de altura. Os carregamentos estático e dinâmico do vento foram obtidos da NBR6123, sendo que para a análise dinâmica utilizaram-se os dois processos descritos pela norma: o modelo simplificado e o modelo discreto. De acordo com os resultados das análises realizadas: estática, dinâmica simplificada, dinâmica discreta (com a contribuição do 1º modo) e dinâmica discreta (com a contribuição do 1º e 2º modos), pôde-se verificar que os esforços devido à análise estática foram superiores aos da análise dinâmica até a altura de 40m, invertendo-se esta relação para a parte superior. Os autores concluíram que, para a determinação dos esforços solicitantes máximos nos perfis estruturais, é necessário efetuar tanto a análise estática como a dinâmica.

Merce (2019) apresentou uma análise dinâmica de torres metálicas autoportantes submetidas à ação do vento, utilizando o método estatístico de Davenport e o método de simulação de Monte Carlo para o cálculo da parcela flutuante do vento. Dos resultados apresentados, verificou-se que o deslocamento de topo das estruturas na análise estática foi superior ao obtido pela análise dinâmica. Adicionalmente, a autora pôde constatar que os resultados da análise dinâmica, obtidos através do método de Davenport, aproximaram-se dos valores obtidos da análise com o modelo discreto da norma NBR6123.

Com o objetivo de desvendar o mecanismo de colapso de uma torre autoportante de energia elétrica de 32,86 metros de altura, além de obter estimativas mais precisas para os deslocamentos e esforços, Rodrigues *et al* (2004) propuseram uma modelagem numérica para a análise não-linear da estrutura. A torre e os cabos foram discretizados no modelo como elementos de pórtico espacial, em lugar dos elementos de treliça geralmente adotados. Para a torre, a finalidade foi considerar as tensões de flexão introduzidas pelas ligações parafusadas, importantes na verificação do estado limite último de ruptura. Para a linha de transmissão, adotou-se o modelo em pórtico espacial com o intuito de contar com a real rigidez à flexão dos condutores, de modo a evitar a instabilidade numérica na análise dinâmica não-linear. Os resultados obtidos da análise dinâmica não-linear, utilizando-se do método de integração direta de Newmark, evidenciaram o subdimensionamento das barras de ligação da torre à fundação, revelando o colapso por falha dos montantes da base, sem que as cargas nominais de ruptura dos cabos fossem atingidas. Os resultados da análise dinâmica linear mostraram-se conservadores quando comparados à análise não-linear. A partir disso, os autores concluíram que a utilização de um modelo não-linear resulta em estruturas economicamente mais viáveis, além de representar de forma adequada os grandes deslocamentos.

Requena *et al* (2005) realizaram uma análise comparativa do dimensionamento de duas torres autoportantes submetidas às ações estática e dinâmica do vento, definidas segundo o procedimento apresentado na norma NBR6123. As torres têm 30m e 60m de altura e foram modeladas por elementos de pórtico espacial em regime elasto-linear, utilizando-se perfis tubulares no lugar de perfis cantoneiras para

os elementos de barra. Segundo os autores, os resultados mostraram que o cálculo da ação do vento via método dinâmico, utilizando o modelo contínuo simplificado, conduziu a uma estrutura com peso próprio superior ao obtido da análise estática. A partir desta avaliação, notou-se a importância da análise dinâmica para essas estruturas. O método estático, que é uma simplificação do método dinâmico, conduziu a resultados contrários à segurança da estrutura.

Santos *et al* (2020) apresentaram uma análise estrutural de uma torre metálica autoportante utilizada no setor de telecomunicações, com seção circular tubular variável e com 40 metros de altura, sob a ação do carregamento turbulento. A análise da torre sob este carregamento foi realizada no domínio do tempo por meio de históricos de velocidades do vento gerados a partir do espectro de potência de Harris. A resposta da estrutura foi comparada em termos do deslocamento de topo com a resposta estática segundo o modelo da norma NBR6123. Após a comparação dos resultados, os autores constataram que os deslocamentos correspondentes à análise dinâmica foram 20% superiores àqueles decorrentes das forças estáticas. Indicando, portanto, a relevância de se considerar o caráter dinâmico da ação do vento para este tipo de estrutura.

Ribeiro *et al* (2021) realizaram uma análise estática e dinâmica para três torres estaiadas existentes de 50m, 70m e 90m de altura. Os estudos compreenderam uma análise comparativa para três diferentes tipos de modelagem estrutural: modelo tradicional (elemento de treliça), modelo em elemento de viga e por fim um modelo combinado com elementos de viga e treliça. Para o modelo em elemento de treliça utilizado em torres de seção transversal quadrada, foram introduzidas barras fictícias (travamento interno) de modo a evitar mecanismos hipostáticos. Para a análise estática, o objetivo foi verificar se o tipo de modelagem tem influência significativa nos resultados das tensões e dos deslocamentos e, para a análise dinâmica, nos resultados das frequências naturais. Os resultados mostraram, conforme os autores, diferenças significativas no que diz respeito aos valores máximos de tensão e, por outro lado, as deflexões laterais dos modelos foram pouco afetadas pela estratégia de modelagem utilizada. Com relação às frequências naturais, não houve grande influência. Os autores concluíram o estudo recomendando a adoção da modelagem combinada (elementos de viga e de treliça), sendo os membros estruturais principais da torre representados por elementos de viga espacial e todo o sistema de contraventamento modelado a partir de elementos finitos de treliça.

## 3 DESCRIÇÃO DE TORRES ESTAIADAS

### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta as principais características relacionadas às torres metálicas estaiadas utilizadas para telecomunicações. As características destas estruturas foram baseadas em informações levantadas no trabalho realizado por Menin (2002), onde podem ser obtidas maiores informações.

Conforme Menin (2002), pelo fato das torres metálicas estaiadas serem projetadas repetidas vezes para atender a necessidades específicas, não existe fonte única de referência para caracterizar ou mesmo padronizar todos os elementos e modelos desse tipo de estrutura. Além dos catálogos de fabricantes e experiências de projetistas, o que se encontra neste sentido é o procedimento do Sistema Telebrás 240-410-600 Padrão (1996). Neste procedimento são estabelecidas as exigências mínimas a serem obedecidas na elaboração de projetos, reforço estrutural, acabamento de torres metálicas que venham a ser utilizadas no sistema nacional de telecomunicações.

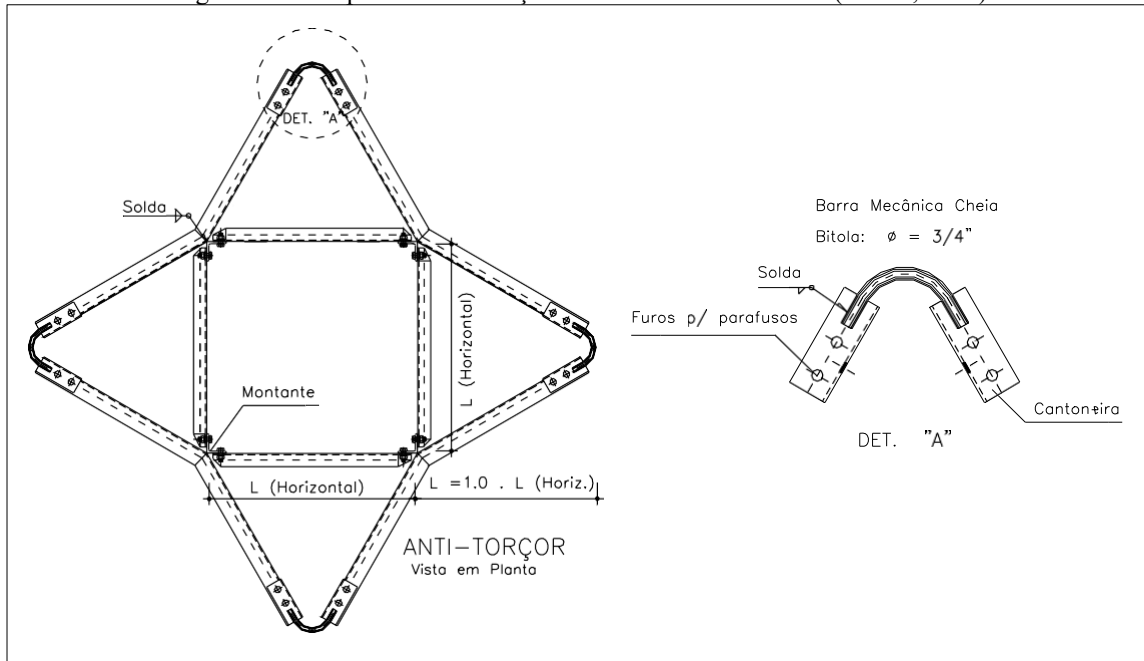
### 3.2 CARACTERÍSTICAS DAS TORRES ESTAIADAS

As torres estaiadas analisadas, neste trabalho, constituem estruturas treliçadas de seção transversal quadrada. Estas torres são as mais econômicas e fáceis de montar, porém, exigem uma área na ordem de dez vezes maior do que a utilizada para instalação de uma torre autoportante de mesma altura.

As torres estaiadas são constituídas por corpo metálico esbelto e modulado, chamado de mastro, o qual é suportado por cabos (estais) pré-tensionados fixos ao longo de sua extensão. Os cabos são constituídos por cordoalhas de aço e são ancorados às fundações laterais da estrutura. Alguns destes cabos estão ligados a dispositivos compostos por barras adicionais dispostas em uma configuração que permite a elevação da rigidez global da estrutura, a diminuição do ângulo de rotação e da magnitude dos deslocamentos (dispositivos anti-torção).

O dispositivo anti-torção é composto por cabos adicionais pertencentes ao mesmo nível e afastados dos montantes formando braços de alavancas. Para torres com altura superior a 60 metros, serão utilizados dois dispositivos anti-torção, sendo um posicionado no topo e o outro à meia altura da estrutura. Na Figura 3.1, é ilustrado um dispositivo anti-torção acompanhado de um detalhe da sua extremidade.

Figura 3.1 – Dispositivo anti-torção e detalhe da extremidade (Menin, 2002).

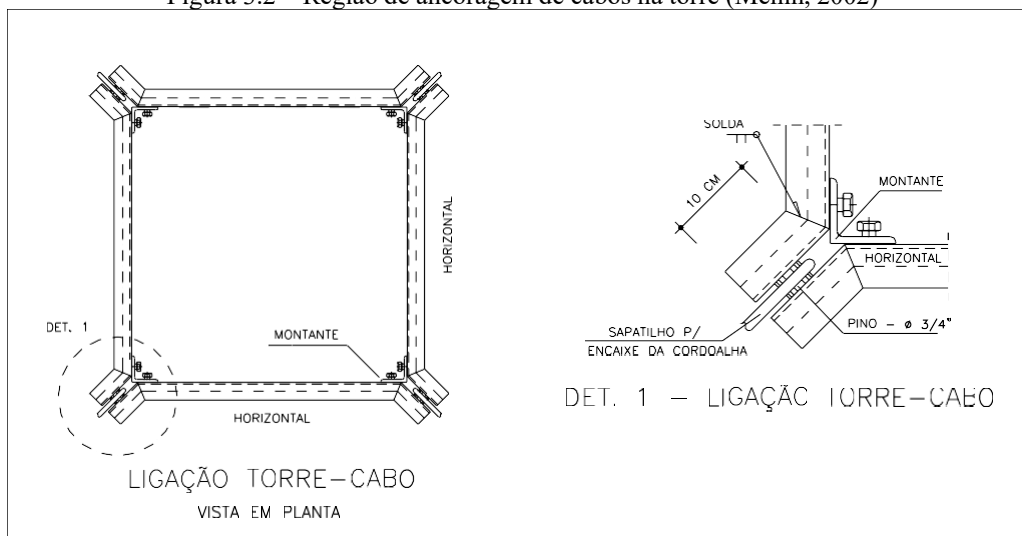


Fonte: Os Autores (2026).

Entre o dispositivo anti-torção e o topo da estrutura existe uma região sem pontos de ancoragem de cabos (vão livre), cujo comprimento varia de 50cm a 300cm e destinada-se à colocação de antenas. Para torres com altura superior a 10 metros, o vão livre entre dois pontos de ancoragem de cabos ao longo do mastro deve ficar entre 8 e 12 metros.

Os cabos são ancorados ao mastro através de prolongamentos de barras horizontais conhecidos como *orelhas*, onde é possível a colocação de sapatilhos para o encaixe dos cabos (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Região de ancoragem de cabos na torre (Menin, 2002)

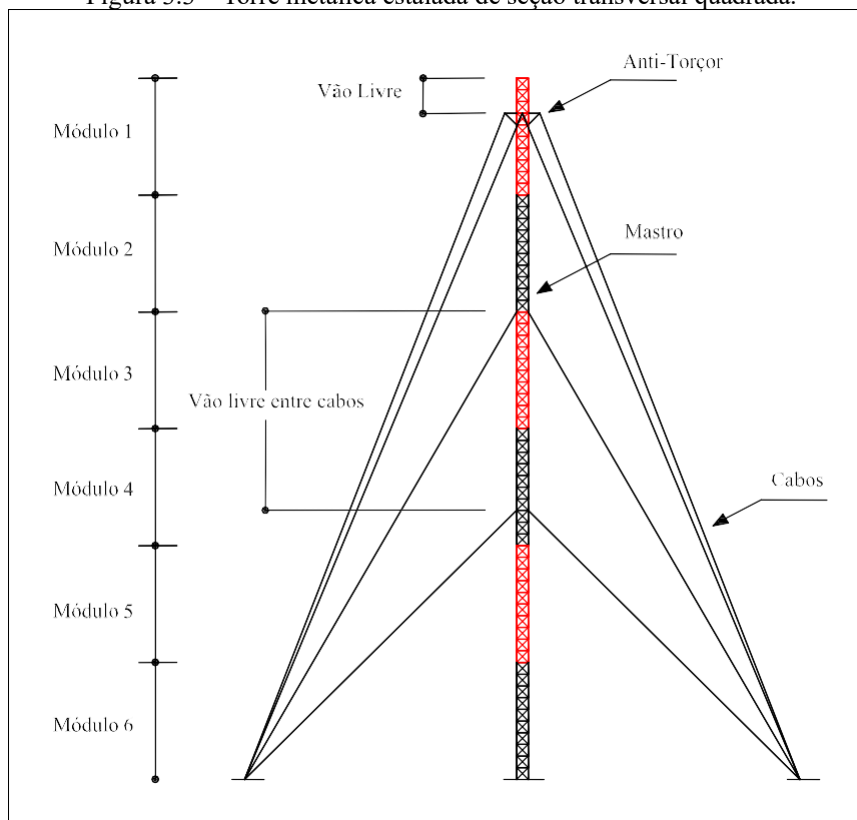


Fonte: Os autores (2026).

A Figura 3.3 exemplifica a geometria básica de uma torre estaiada de seção transversal quadrada

com mastro central constituído por seis módulos, numerados de cima para baixo, e com dez seções cada. Nesta figura, é mostrado também o vão livre entre cabos, que corresponde à distância vertical ao longo da torre entre dois pontos de ancoragem sucessivos.

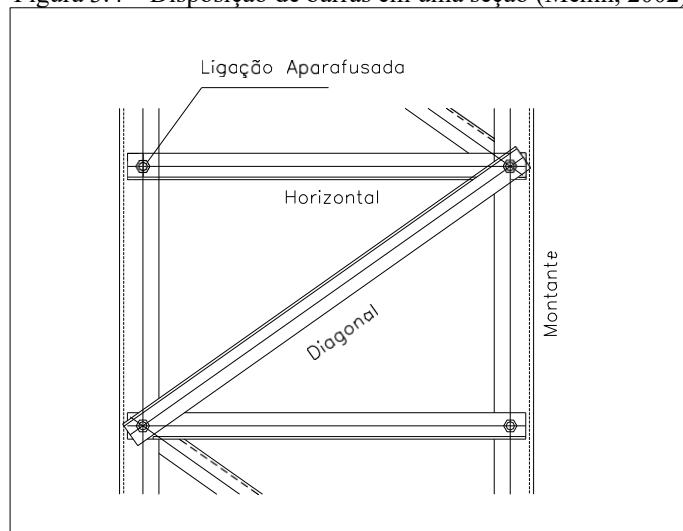
Figura 3.3 – Torre metálica estaiada de seção transversal quadrada.



Fonte: Os Autores (2026).

Cada módulo possui comprimento variável entre cinco e seis metros, sendo subdividido em seções compostas por barras unidas nas extremidades por parafusos ou soldas. As barras constituintes são classificadas conforme a função e posição na estrutura, sendo geralmente denominadas de montantes, horizontais, diagonais e travamento interno. Na Figura 3.4, é apresentada uma disposição típica das barras de cada seção da torre.

Figura 3.4 – Disposição de barras em uma seção (Menin, 2002).

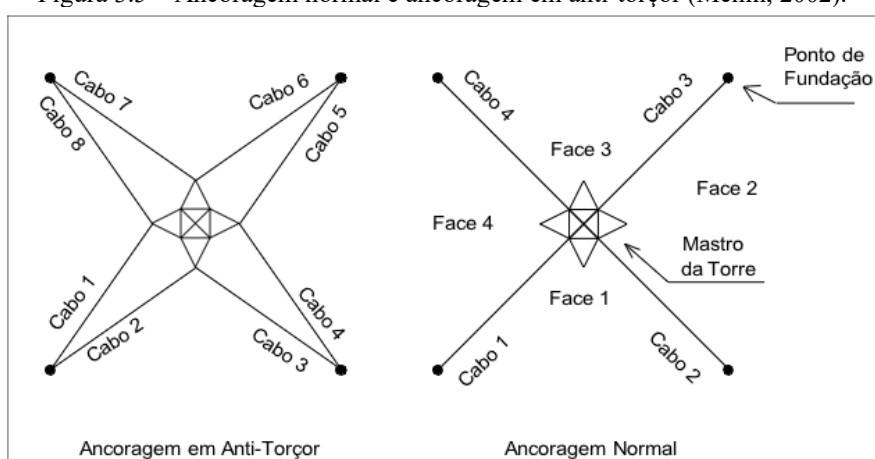


Fonte: Os Autores (2026).

A disposição das barras de travamento interno, ao longo do comprimento das torres estaiadas quadradas, apresenta algumas configurações usuais quanto ao posicionamento em relação à seção transversal. Nas extremidades de cada módulo constituinte utiliza-se uma barra diagonal de modo que no processo de montagem com os módulos superior e inferior ocorra cruzamento de barras, possibilitando também o transporte para o local de instalação.

A Figura 3.5 mostra uma vista em planta de uma torre estaiada, onde são indicados separadamente os cabos ancorados no dispositivo anti-torção (8 cabos) e, na ancoragem normal, 4 cabos em direções inclinadas a 45° em relação à seção transversal da torre.

Figura 3.5 – Ancoragem normal e ancoragem em anti-torção (Menin, 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

Conforme recomendações práticas baseadas em projeto de torres estaiadas, deve-se utilizar no máximo três pontos de fundação lateral por montante da torre, admitindo-se a ancoragem de três cabos por

fundação ou no máximo quatro, quando se tratar de cabos do dispositivo anti-torção.

Por outro lado, a distância do ponto de fundação de ancoragem mais afastado é determinada por um ângulo de aproximadamente  $60^\circ$  entre o cabo e o plano horizontal do terreno. Os demais pontos são distribuídos em intervalos equidistantes a partir da extensão encontrada.

Nas torres estaiadas, os perfis estruturais mais frequentemente utilizados são as cantoneiras simples com abas iguais. Geralmente utilizam-se cantoneiras de aço ASTM A36, com tensão de escoamento de 250MPa, tensão de ruptura entre 400MPa e 500MPa e módulo de elasticidade de aproximadamente 201000MPa. Informações adicionais sobre os perfis metálicos utilizados nas torres estaiadas deste trabalho podem ser vistos no Apêndice A.

Para cada tipo de barra de um mesmo módulo da torre, este trabalho utilizou a mesma designação – *site* – empregada por Menin (2002). Conforme o autor, as barras horizontais de um mesmo módulo constituem o primeiro *site*, os montantes constituem um segundo *site* e assim por diante. Desta maneira cada módulo possuirá quatro *sites* distintos. Caso o módulo possua dispositivo anti-torção, serão incluídos dois *sites* extras.

No dimensionamento dos perfis da torre, determina-se o esforço máximo de tração e de compressão por *site*, sendo todas as barras de um mesmo *site* dimensionadas para estes esforços solicitantes. Deste modo, todas as barras pertencentes ao mesmo módulo e de um mesmo *site* possuirão a mesma seção transversal.

### 3.3 CABOS DE AÇO (ESTAIS)

Os cabos de aço de torres estaiadas são considerados membros estruturais que possuem uma relação diâmetro-comprimento tal que os efeitos de flexão são desprezados, possuindo rigidez somente na direção axial (Oliveira, 2002).

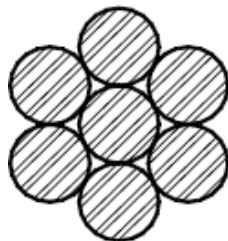
Os cabos de aço apresentam características particulares que os distinguem de outros elementos estruturais. Os cabos resistem ao carregamento longitudinal apresentando uma deformação estrutural permanente ocasionada pelo ajustamento dos fios em relação à alma do mesmo. No local de fabricação, esta deformação pode ser quase totalmente removida através de um pré-estiramento (tração) não inferior a 50% da capacidade resistente nominal do cabo, conforme norma americana ASCE 19-96. O pré-estiramento pode ser considerado como uma prova de carga cuja aplicação é feita sem as terminações no cabo.

Após a remoção da deformação estrutural através do pré-estiramento, os cabos são submetidos a forças de pré-tensionamento no local onde serão instalados de modo a garantir a rigidez das torres. A norma canadense de torres CSA S37-94 recomenda valores de pré-tensionamento na ordem de 10% da capacidade resistente nominal do cabo, admitindo-se valores entre 8% e 15%.

Os cabos adotados para as torres estaiadas analisadas neste trabalho são compostos por sete fios de

aço (Figura 3.6) com camada protetora de zinco contra corrosão atmosférica e apresentam capacidade resistente do tipo EHS (*Extra High Strength*). Informações adicionais sobre as características dos cabos de aço de sete fios podem ser vistas no Apêndice A.

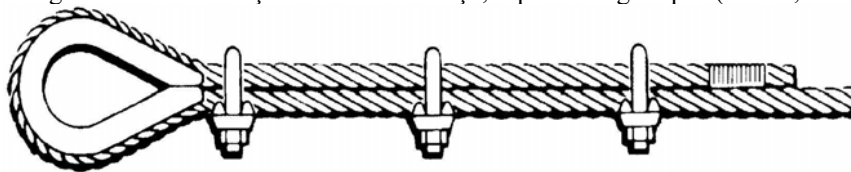
Figura 3.6 – Seção transversal do cabo de aço de sete fios.



Fonte: Os Autores (2026).

Nos pontos de ancoragens de cabos nas torres e nas fundações laterais, deve-se utilizar as *terminações de cabos*, que são dispositivos fixados nas extremidades dos mesmos, de modo a transferir a tensão do cabo para o ponto de ancoragem. Neste trabalho, utilizou-se a terminação do cabo em sapatilho e fixo por grampos, conforme ilustra a Figura 3.7.

Figura 3.7 – Terminação de cabo com laço, sapatilho e grampos (Menin, 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

### 3.4 TIPOS DE ANTENAS

Conforme procedimento Telebrás, as torres estaiadas são definidas em relação ao tipo de antena para sustentação: Torre Estaiada Classe A (TEA) para suporte de antenas na frequência SHF; Torre Estaiada Classe B (TEB) para suporte de antenas na frequência UHF; e Torre Estaiada Classe C (TEC) para suporte de antenas na frequência VHF.

As antenas utilizadas em torres estaiadas são definidas, geralmente, quanto ao tipo, à cota de instalação e o direcionamento com base em seu diagrama de irradiação, que pode ser encontrado nos catálogos de fabricantes. Alguns tipos são bem usuais: parábolas cheias, parábolas vazadas, Yagi, painéis, duplo delta, anéis FM, log-periódicas, etc.

Neste trabalho, foram consideradas antenas do tipo Yagi (Figura 3.8), o que se justifica pela maior utilização no mercado para torres estaiadas, além de permitir a transmissão de sinais nas frequências UHF e VHF.

Figura 3.8 – Antena Yagi para transmissão em UHF e VHF (Ideal Antenas Profissionais).



Fonte: Os Autores (2026).

Para o cálculo da ação do vento, adotou-se área exposta da antena igual a 7,5% da área de contorno do módulo e coeficiente aerodinâmico igual a 1,2. As antenas são posicionadas no primeiro módulo da estrutura (módulo de topo), localizadas sempre na extremidade superior da terceira seção abaixo do topo da torre.

O procedimento Telebrás especifica limites para a rotação no plano horizontal e para a deflexão em relação ao eixo vertical (ângulo entre a vertical e a tangente à posição deformada da estrutura), na altura da antena mais alta, conforme a categoria da torre. Os valores limites são de  $1^{\circ} 40'00''$  para torres do tipo TEB e  $4^{\circ} 00'00''$  para torres estaiadas do tipo TEC.

## 4 FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta as três formulações matemáticas utilizadas na análise de torres estaiadas sob carregamentos estático e dinâmico do vento.

As duas formulações iniciais compreendem modelos de análise linear e não-linear empregados na discretização de elementos finitos de dois nós no espaço (cabos e treliças). Estas formulações admitem alongamentos nos elementos de cabo de modo a considerar o efeito da força inicial de pré-tensionamento, podendo também ser usadas para modelar elementos de treliça, bastando definir como nulo o valor do tensionamento. Adicionalmente, os modelos também permitem considerar o efeito térmico causado por um aumento ou diminuição de temperatura ( $\Delta T$ ). A terceira formulação deve ser utilizada apenas para os elementos de treliça, pois não permite a inclusão do pré-tensionamento.

As três formulações matemáticas utilizadas neste trabalho compreendem:

- Modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991);
- Modelo linear para cabo tensionado (Pulino, 1998);
- Modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991) e linear clássico de treliça espacial (Gere e Weaver, 1987).

Estas formulações são apresentadas nas seções seguintes e descrevem basicamente a obtenção da função Energia Potencial Total para um arranjo de cabos. O modelo não-linear admite deslocamentos e deformações finitas, sendo infinitesimais para o modelo linear.

Para a discretização, admite-se que o elemento de cabo ou treliça possua um comportamento regido, respectivamente, pelas seguintes características:

- O elemento é considerado reto entre coordenadas nodais;
- As forças externas atuam somente nos nós do elemento;
- Elemento provido apenas de rigidez na direção axial;

O comportamento do material é considerado como linear elástico.

Ressalta-se que estas formulações foram propostas por Pulino (1991, 1998), com base na minimização da função Energia Potencial Total, cuja aplicação foi realizada por Menin (2002) no que se diz respeito ao desenvolvimento dos programas computacionais utilizados, neste trabalho, para o estudo do comportamento estático, modal e dinâmico de torres metálicas estaiadas.

### 4.2 ANÁLISE ESTÁTICA

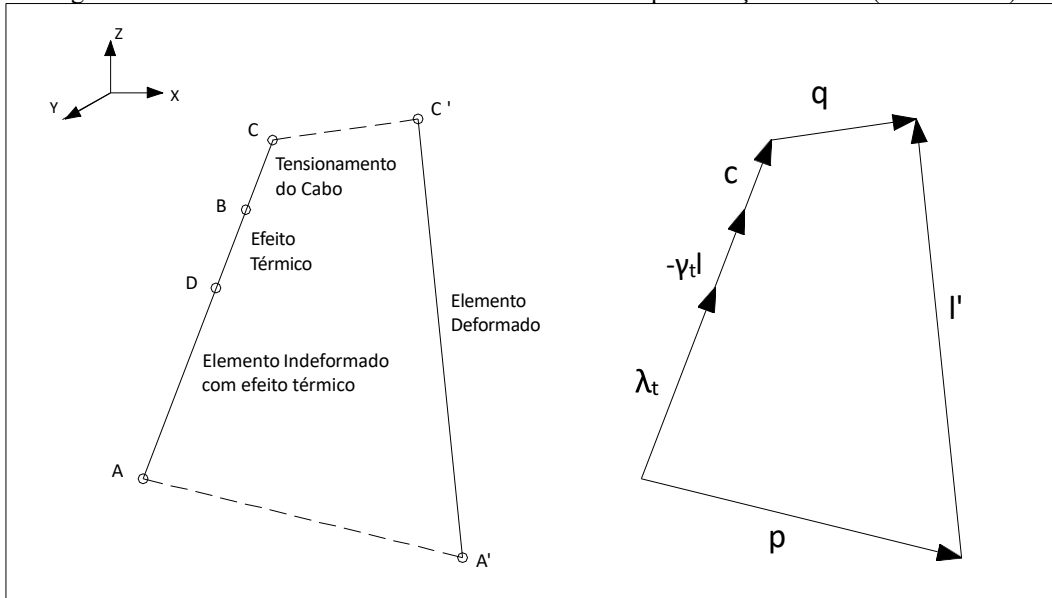
#### 4.2.1 Modelo não-linear para cabo tensionado

##### 4.2.1.1 Deformação longitudinal

Na Figura 4.1, a configuração indeformada de um elemento de cabo é representada pelo segmento AB, o tensionamento pelo segmento BC e o efeito térmico por BD, de modo que o cabo indeformado, após

sofrer o efeito térmico, é representado pelo segmento AD. A configuração deformada do elemento, após sofrer o efeito dos carregamentos nodais externos, é representada pelo segmento A'C'. Os deslocamentos nodais AA' e CC' são indicados pelos vetores –  $p$  e  $q$  – respectivamente.

Figura 4.1 – Modelo não-linear de elemento de cabo e representação vetorial (Menin 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

Onde:

$\lambda_C$  : vetor que representa a distância entre os nós (segmento AC);

$l$  : vetor que representa o comprimento inicial do cabo (segmento AB);

$\gamma_t l = \alpha \Delta T l$  : efeito térmico;  $\alpha$  o coeficiente de dilatação térmica;  $\Delta T$  a variação de temperatura;

$\lambda_t$  : vetor que representa a configuração indeformada com efeito térmico;

$l'$  : vetor com a configuração deformada;

$p, q$  : deslocamentos nodais nas extremidades inicial e final;

$\mu = \|c\|$  : módulo do vetor  $c$ ;

$\mu_t = \|\gamma_t l\|$  : módulo do vetor  $\gamma_t l$ .

Podemos verificar a partir da Figura 4.1 que:

$$\mathbf{p} + \mathbf{l}' = \lambda_t - \gamma_t \mathbf{l} + \mathbf{c} + \mathbf{q} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{l}' = \lambda_t - \gamma_t \mathbf{l} + \mathbf{c} + \mathbf{q} - \mathbf{p} \quad (4.2)$$

Fazendo:

$$\mathbf{z} = \mathbf{q} - \mathbf{p} + \mathbf{c} - \gamma_t \mathbf{l} \quad (4.3)$$

Tem-se:

$$\mathbf{l}' = \boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{z} \quad (4.4)$$

A deformação longitudinal do elemento pode então ser dada por:

$$\varepsilon = \frac{l' - \lambda_t}{\lambda_t} \quad (4.5)$$

Lembrando que:

$$l' = \sqrt{(\boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{z})^T (\boldsymbol{\lambda}_t + \mathbf{z})} \quad (4.6)$$

Sendo:

$$\boldsymbol{\lambda}_t = L_t \mathbf{u} \quad \Rightarrow \quad \lambda_t = L_t \quad (4.7)$$

Onde:

$u$  : vetor dos cossenos diretores do elemento de cabo na configuração indeformada;

$L_t$  : comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.

Portanto, substituindo-se (4.7) em (4.6):

$$l'^2 = L_t^2 \mathbf{u}^T \mathbf{u} + L_t \mathbf{u}^T \mathbf{z} + \mathbf{z}^T L_t \mathbf{u} + \mathbf{z}^T \mathbf{z} \quad (4.8)$$

Sabendo que:

$$\mathbf{u} = (\cos\eta, \cos\gamma, \cos\xi) \quad (4.9)$$

Então:

$$\mathbf{u}^T \mathbf{u} = \cos^2 \eta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \xi = 1 \quad \text{e} \quad L_t \mathbf{u}^T \mathbf{z} = \mathbf{z}^T L_t \mathbf{u} \quad (4.10)$$

Substituindo (4.10) em (4.8):

$$l' = \sqrt{L_t^2 + 2 L_t \mathbf{z}^T \mathbf{u} + \mathbf{z}^T \mathbf{z}} \quad (4.11)$$

Substituindo-se (4.7) e (4.11) em (4.5):

$$\varepsilon = \sqrt{1 + L_t^{-1} \mathbf{z}^T (2\mathbf{u} + L_t^{-1} \mathbf{z})} - 1 \quad (4.12)$$

Fazendo:

$$\delta = L_t^{-1} \mathbf{z}^T (2\mathbf{u} + L_t^{-1} \mathbf{z}) \quad (4.13)$$

Tem-se que a deformação longitudinal de um elemento de cabo será:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \delta} - 1 \quad (4.14)$$

#### 4.2.1.2 Energia Potencial Total

A energia de deformação ( $\pi$ ) para um elemento de cabo com deformação constante é dada por:

$$\pi = \int_V \left[ \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \right] dV \quad (4.15)$$

Onde:

$\sigma(\varepsilon)$ : tensão no elemento de cabo;

$\varepsilon$ : deformação longitudinal;

$V$ : volume do elemento de cabo.

Para um elemento de cabo com seção transversal constante ( $\alpha_c$ ) e comprimento indeformado com efeito térmico ( $L_t$ ), a energia de deformação será:

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4.16)$$

A Energia Potencial Total para um conjunto de  $n$  elementos de cabo é dada por:

$$\Pi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \pi - \mathbf{f}^T \mathbf{x} + \Pi_0 \quad (4.17)$$

Onde:

$\pi$ : energia de deformação para cada elemento de cabo;

$\mathbf{f}$ : vetor que contém as forças nodais externas;

$\mathbf{x}$ : vetor com deslocamentos nodais livres do sistema;

$\Pi_0$ : energia potencial inicial do sistema.

As configurações que representam uma posição de equilíbrio estático estável da estrutura são obtidas como pontos de mínimo local da função Energia Potencial Total –  $\Pi(x)$ , cuja otimização é obtida utilizando um algoritmo do tipo Quasi-Newton.

#### 4.2.1.3 Gradiente da Energia Potencial Total

O gradiente da função Energia Potencial Total para um arranjo de  $n$  cabos tensionados é dado pela derivada em relação aos deslocamentos livres ( $x_i$ ) do sistema, assim como:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) = \frac{\partial \Pi(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \nabla \pi - \mathbf{f} \quad (4.18)$$

Neste caso, é necessário calcular o gradiente de energia de deformação ( $\nabla \pi$ ) para um elemento de cabo:

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \nabla \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4.19)$$

Fazendo  $U(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$ , o gradiente da energia de deformação específica é:

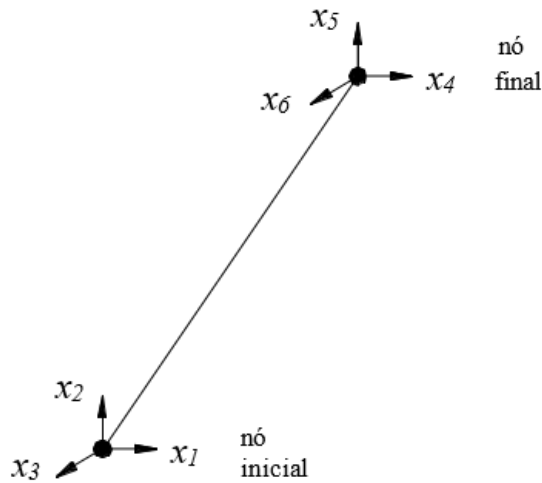
$$\frac{dU}{d\varepsilon} = \sigma(\varepsilon) \quad \text{e} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \nabla \varepsilon \quad (4.20)$$

Portanto, a equação (4.19) assume a seguinte forma:

$$\nabla\pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla\varepsilon \quad (4.21)$$

O gradiente de deformação ( $\nabla\varepsilon$ ) da equação (4.21) é dado em função dos seis graus de liberdade (três translações por nó) do elemento de cabo, conforme Figura 4.2.

Figura 4.2 – Deslocamentos do elemento de cabo no espaço.



Fonte: Os Autores (2026).

Conforme demonstrado na equação (4.14):

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \delta} - 1$$

Conseqüentemente:

$$\nabla\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k} = \frac{1}{2} (1 + \delta)^{-1/2} \frac{\partial\delta}{\partial x_k} \quad (4.22)$$

Com as equações (4.3), (4.9) e (4.13), para  $k = 1$ :

$$\frac{\partial\delta}{\partial x_1} = 2L_t^{-1} \frac{\partial}{\partial x_1} (\mathbf{z}^T \mathbf{u}) + L_t^{-2} \frac{\partial}{\partial x_1} (\mathbf{z}^T \mathbf{z}) \quad (4.23)$$

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(\mathbf{z}^T \mathbf{u}) = -\cos\eta \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(\mathbf{z}^T \mathbf{z}) = -2[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta] \quad (4.25)$$

Substituindo as equações (4.24) e (4.25) na equação (4.23), obtém-se:

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = -2L_t^{-1}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = -L_t^{-1}(1 + \delta)^{-1/2}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (4.27)$$

Procedendo de forma análoga para  $k = 2, 3, 4, 5$  e  $6$ , obtém-se:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = -L_t^{-1}(1 + \delta)^{-1/2}\{\cos\gamma + L_t^{-1}[x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t)\cos\gamma]\} \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} = -L_t^{-1}(1 + \delta)^{-1/2}\{\cos\xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos\xi]\} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3} \quad (4.32)$$

O gradiente da energia de deformação ( $\nabla\pi$ ) para o elemento de cabo, considerando o material linear elástico ( $\sigma = E\varepsilon$ ), será:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2}\{\cos\eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos\eta]\} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E \varepsilon (1 + \delta)^{-1/2} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_1} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_2} \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial \pi}{\partial x_3} \quad (4.38)$$

## 4.2.2 Modelo linear para cabo tensionado

### 4.2.2.1 Deformação longitudinal

A deformação longitudinal do elemento de cabo para o modelo linear pode ser representada por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} \quad (4.39)$$

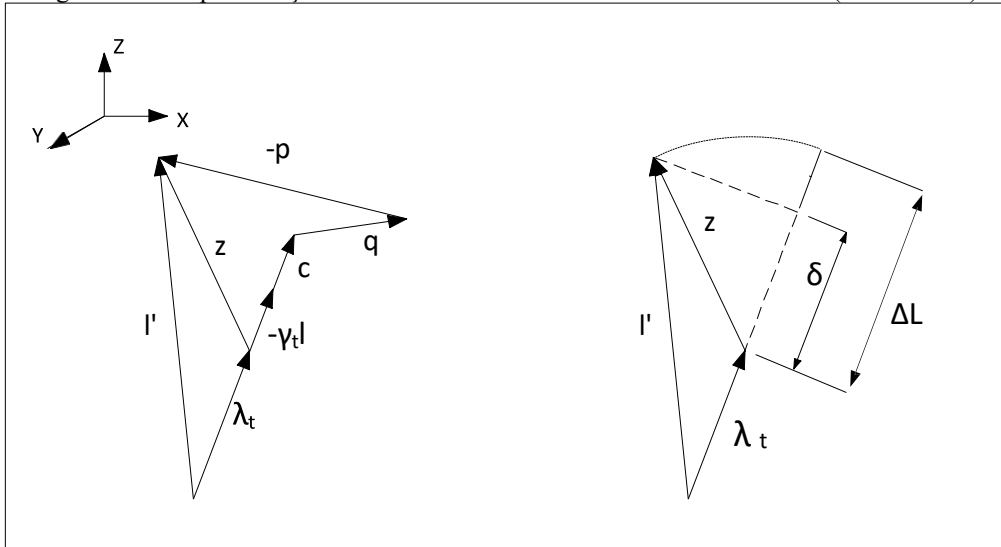
Onde:

$\Delta L$  : variação do comprimento no cabo;

$L_t$ : comprimento indeformado do cabo com efeito térmico.

As relações mostradas nas equações (4.3) e (4.4) podem ser representadas vetorialmente para o modelo linear de cabo tensionado como segue abaixo (Figura 4.3).

Figura 4.3 – Representação vetorial do modelo linear de elemento de cabo (Menin 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

Por se tratar de deslocamentos e deformações infinitesimais, a variação no comprimento do cabo ( $\Delta L$ ) pode ser aproximada pela projeção ( $\delta$ ) do vetor ( $z$ ) na direção do cabo na configuração indeformada ( $\lambda_t$ ). Logo, temos:

$$\delta = \mathbf{z}^T \mathbf{u} \quad (4.40)$$

Conseqüentemente:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_t} = \frac{\delta}{L_t} \quad (4.41)$$

#### 4.2.2.2 Energia Potencial Total

Para um elemento de cabo com seção transversal constante ( $\alpha_c$ ) e comprimento ( $L_t$ ), a representação da energia potencial é da mesma forma da equação (4.16), obtida anteriormente do modelo não-linear.

$$\pi = \alpha_c L_t \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

#### 4.2.2.3 Gradiente da Energia Potencial Total

Desta forma, o gradiente da Energia Potencial Total para um elemento de cabo é dado conforme equação (4.21).

$$\nabla\pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla\varepsilon$$

Admitindo-se que no modelo linear a deformação longitudinal é dada conforme equação (4.39), o gradiente de deformação ( $\nabla\varepsilon$ ) pode ser dado por:

$$\nabla\varepsilon = \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k} = \frac{1}{L_t} \frac{\partial\delta}{\partial x_k} \quad (4.42)$$

Porém, conforme demonstrado na equação (4.24) para  $k = 1$ , temos:

$$\frac{\partial\delta}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} (\mathbf{z}^T \mathbf{u}) = -\cos\eta \quad (4.43)$$

Substituindo (4.43) em (4.42), obtém-se:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1} = -\frac{\cos\eta}{L_t} \quad (4.44)$$

De forma análoga para  $k = 2, 3, 4, 5$  e  $6$ , temos:

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2} = -\frac{\cos\gamma}{L_t} \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3} = -\frac{\cos\xi}{L_t} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_4} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1} \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_5} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2} \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_6} = -\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3} \quad (4.49)$$

O gradiente da energia de deformação ( $\nabla\pi$ ) para o elemento de cabo será:

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_1} = -\alpha_c E \varepsilon \cos\eta \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_2} = -\alpha_c E \varepsilon \cos\gamma \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_3} = -\alpha_c E \varepsilon \cos\xi \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_4} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_1} \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_5} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_2} \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial x_6} = -\frac{\partial\pi}{\partial x_3} \quad (4.55)$$

### 4.2.3 Modelo linear clássico de treliça espacial

#### 4.2.3.1 Energia Potencial Total

A energia de deformação para um elemento de treliça é dada por:

$$\pi = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T K_S \mathbf{x} \quad (4.56)$$

Onde:

$\pi$ : energia de deformação para um elemento de treliça;

$x$ : vetor com deslocamentos nodais livres do sistema;

$K_S$ : matriz de rigidez do elemento de treliça em relação aos eixos da estrutura.

A Energia Potencial Total para um conjunto de  $n$  elementos de treliça será então:

$$\Pi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \pi - \mathbf{f}^T \mathbf{x} + \Pi_0 \quad (4.57)$$

Onde:

$\pi$ : energia de deformação para cada elemento de treliça;

$f$ : vetor de forças nodais externas;

$x$ : vetor de deslocamentos nodais livres do sistema;

$\Pi_0$ : energia potencial inicial do sistema.

#### 4.2.3.2 Gradiente da Energia Potencial Total

O gradiente da função Energia Potencial Total para um conjunto de "n" elementos de treliça é dado pela derivada em relação aos deslocamentos livres ( $x_i$ ) do sistema, conforme abaixo:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) = \frac{\partial \Pi(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \nabla \pi - \mathbf{f} \quad (4.58)$$

O gradiente da energia de deformação para um elemento de treliça espacial, em função dos seis deslocamentos nodais, será calculado a partir da equação (4.57).

$$\frac{\partial \pi(\mathbf{x})}{\partial x_i} = K_S \mathbf{x} \quad (4.59)$$

A matriz de rigidez para o elemento de treliça em relação aos eixos da estrutura ( $K_S$ ) é obtida rotação da matriz de rigidez em relação aos eixos do membro, de modo que:

$$K_S = R^T K_m R \quad (4.60)$$

$$K_S = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C_x^2 & C_y C_x & C_z C_x & -C_x^2 & -C_y C_x & -C_z C_x \\ C_x C_y & C_y^2 & C_z C_y & -C_x C_y & -C_y^2 & -C_z C_y \\ C_x C_z & C_y C_z & C_z^2 & -C_x C_z & -C_y C_z & -C_z^2 \\ -C_x^2 & -C_y C_x & -C_z C_x & C_x^2 & C_y C_x & C_z C_x \\ -C_x C_y & -C_y^2 & -C_z C_y & C_x C_y & C_y^2 & C_z C_y \\ -C_x C_z & -C_y C_z & -C_z^2 & C_x C_z & C_y C_z & C_z^2 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Onde:

$E$ : módulo de elasticidade do material;

$A$ : área da seção transversal;

$L$ : comprimento do elemento de treliça;

$R$ : matriz de rotação para transformar eixos de membro em eixos da estrutura;

$K_m$ : matriz de rigidez em relação aos eixos do membro;

$C_x, C_y, C_z$ : cossenos diretores.

## 4.3 ANÁLISE MODAL

### 4.3.1 Considerações iniciais

Esta seção apresenta a formulação matemática para o cálculo das freqüências e modos naturais de vibração de torres metálicas estaiadas. O cálculo do problema de autovalores e autovetores foi desenvolvido para um estado de pequenas oscilações em torno de uma configuração de equilíbrio estático estável das torres estaiadas.

Nesta formulação, partiu-se do modelo não-linear para cabos tensionados, conforme descrito na seção 4.2.1, e linearizou-se o vetor gradiente da Energia Potencial Total na equação de movimento através do truncamento da expansão em série de Taylor. Para a resolução do problema utilizou-se o método numérico do tipo Jacobi Generalizado.

### 4.3.2 Equação de equilíbrio dinâmico

A equação de Lagrange que descreve o equilíbrio dinâmico para um sistema com  $n$  deslocamentos nodais livres é dada por:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = Q_i \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (4.62)$$

onde  $T$  é a energia cinética do sistema,  $\Pi$  representa a Energia Potencial Total,  $Q_i$  são as funções das forças generalizadas que contém as forças não-conservativas, incluindo as de amortecimento, e  $x_i$  são as coordenadas generalizadas. Detalhes sobre a obtenção da equação (4.62) podem ser vistos em Clough e Penzien (1993).

No caso de sistemas submetidos a oscilações de pequena amplitude, os termos da equação de Lagrange podem ser escritos como:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T M \dot{\mathbf{x}} \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_i} = 0 \quad (4.64)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) = M \ddot{\mathbf{x}} \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = \nabla \Pi = g(\mathbf{x}) \quad (4.66)$$

$$Q_i = P_i - c \dot{x}_i \quad (4.67)$$

Substituindo-se as equações (4.63) a (4.67) na equação (4.62) obtém-se a equação (4.68). Esta equação apresenta características não-lineares devido às propriedades do vetor gradiente  $g(x)$  da Energia Potencial Total do sistema.

$$M \ddot{\mathbf{x}} + C \dot{\mathbf{x}} + g(\mathbf{x}) = \mathbf{P} \quad (4.68)$$

Onde:

$M$ : matriz de massa consistente da estrutura;

$C$ : matriz de amortecimento da estrutura;

$g(x)$ : vetor gradiente da Energia Potencial Total da estrutura;

$P$ : vetor das forças não-conservativas aplicadas externamente;

$\ddot{\mathbf{x}}$ : vetor das acelerações das coordenadas nodais da estrutura;

$\dot{\mathbf{x}}$ : vetor das velocidades das coordenadas nodais da estrutura.

### 4.3.3 Problema de autovalores e autovetores

A equação de equilíbrio dinâmico (4.68) na ausência de forças de amortecimento e de forças externas pode ser escrita como:

$$M \ddot{\mathbf{x}} + g(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (4.69)$$

O vetor gradiente  $g(x)$ , definido como uma função não-linear dos deslocamentos nodais  $x$ , pode ser expandido em uma série de Taylor, no intervalo de convergência ( $x^* - y < x < x^* + y$ ), no qual  $y > 0$  e  $x^*$  o vetor que representa um estado de equilíbrio estável da estrutura, como segue:

$$g(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}^*) + \frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x} \partial x_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^2 + \dots \quad (4.70)$$

Como  $g(x)$  representa a primeira derivada da Energia Potencial Total em relação aos deslocamentos nodais livres, neste caso  $g(x^*)=0$  e o vetor  $g(x)$  na expansão em série de Taylor resulta em:

$$g(\mathbf{x}) = \frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 g(\mathbf{x}^*)}{\partial \mathbf{x} \partial x_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^2 + \dots \quad (4.71)$$

ou, mudando-se de notação:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) = \nabla[\nabla \Pi(\mathbf{x}^*)]^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) + \nabla \left\{ \nabla \left[ \frac{\nabla \Pi(\mathbf{x})}{2} \right] \right\} (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^2 + \dots \quad (4.72)$$

Admitindo-se pequenas oscilações em torno do equilíbrio estático do sistema, os termos de segunda ordem e superiores da série de Taylor podem ser desprezados, de modo que a equação acima resulta em:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) \cong \nabla[\nabla \Pi(\mathbf{x}^*)]^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \quad (4.73)$$

O termo entre colchetes da equação (4.73) representa o gradiente da Energia Potencial Total em relação aos deslocamentos livres da estrutura, conforme obtido pela seguinte expressão:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) = \frac{\partial \Pi(\mathbf{x})}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^n \nabla \pi - \mathbf{f} \quad (4.74)$$

De modo que o gradiente da energia de deformação ( $\nabla \pi$ ) é dado por:

$$\nabla \pi = \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla \varepsilon \quad (4.75)$$

Substituindo as equações (4.74) e (4.75) na equação (4.73), obtém-se:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) \cong \nabla[\sum \alpha_c L_t \sigma(\varepsilon) \nabla \varepsilon_c - \mathbf{f}](\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \quad (4.76)$$

O gradiente para os termos entre colchetes corresponde à segunda derivada da Energia Potencial Total do sistema e que pode ser representada pela matriz Hessiana  $H(x^*)$ .

Portanto:

$$\nabla \Pi(\mathbf{x}) \cong [H(\mathbf{x}^*)](\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \quad (4.77)$$

Definindo:  $\mathbf{d} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)$ ,  $\dot{\mathbf{d}} = \dot{\mathbf{x}}$ ,  $\ddot{\mathbf{d}} = \ddot{\mathbf{x}}$ , e substituindo na equação (4.69), obtém-se:

$$M \ddot{\mathbf{d}} + [H(\mathbf{x}^*)]\mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (4.78)$$

A equação diferencial (4.78) apresenta um problema típico de autovalores e autovetores com solução da forma:

$$\omega^2 M \mathbf{d} = [H(\mathbf{x}^*)]\mathbf{d} \quad (4.79)$$

Onde:

$\omega^2$ : autovalores do sistema;

$\omega$ : frequências circulares de vibração da estrutura (*rad/s*);

$\mathbf{d}$ : matriz dos modos de vibração da estrutura.

#### 4.3.4 Matriz Hessiana

A matriz Hessiana  $H(\mathbf{x}^*)$ , utilizada na equação (4.79), é dada por:

$$H(\mathbf{x}^*) = \nabla[\nabla \Pi(\mathbf{x}^*)]^T \quad (4.80)$$

$$H(\mathbf{x}^*) = \alpha_c L_t \{ \nabla[E\varepsilon](\nabla\varepsilon)^T + E\varepsilon \nabla[\nabla\varepsilon]^T \} \quad (4.81)$$

$$H(\mathbf{x}^*) = \alpha_c L_t E \{ \nabla\varepsilon (\nabla\varepsilon)^T + \varepsilon \nabla[\nabla\varepsilon]^T \} \quad (4.82)$$

Definindo as matrizes  $\bar{G}$  e  $\bar{L}$  como:

$$G = \nabla\varepsilon (\nabla\varepsilon)^T \quad (4.83)$$

$$L = \nabla[\nabla\varepsilon]^T \quad (4.84)$$

Portanto, a equação da matriz Hessiana para um elemento de cabo ou treliça resulta em:

$$H(\mathbf{x}^*) = \alpha_c L_t E \{ G + \varepsilon L \} \quad (4.85)$$

Conforme expressões abaixo, as matrizes  $\bar{G}$  e  $\bar{L}$  são quadradas e estão em função dos seis deslocamentos nodais livres do elemento. As matrizes  $\bar{G}$  e  $\bar{L}$  são quadradas (6×6) e obtidas a partir dos gradientes de deformação ( $\nabla\varepsilon$ ) do modelo não-linear para cabo tensionado. Fazendo  $Y_i = \partial\varepsilon / \partial x_i$ ;  $i = (a, b, c)$ :

$$G = \begin{bmatrix} Y_a^2 & Y_a Y_b & Y_a Y_c & -Y_a^2 & -Y_a Y_b & -Y_a Y_c \\ Y_a Y_b & Y_b^2 & Y_b Y_c & -Y_a Y_b & -Y_b^2 & -Y_b Y_c \\ Y_a Y_c & Y_b Y_c & Y_c^2 & -Y_a Y_c & -Y_b Y_c & -Y_c^2 \\ -Y_a^2 & -Y_a Y_b & -Y_a Y_c & Y_a^2 & Y_a Y_b & Y_a Y_c \\ -Y_a Y_b & -Y_b^2 & -Y_b Y_c & Y_a Y_b & Y_b^2 & Y_b Y_c \\ -Y_a Y_c & -Y_b Y_c & -Y_c^2 & Y_a Y_c & Y_b Y_c & Y_c^2 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Os termos da matriz  $\bar{G}$  podem ser obtidos pela multiplicação das derivadas da energia de deformação de cada elemento a partir das equações (4.27) a (4.32).

A matriz  $\bar{L}$  da equação (4.84) é dada por:

$$\bar{L} = \nabla[\nabla\varepsilon]^T = [\partial/\partial x_1] \quad [\partial\varepsilon/\partial x_1 \quad \partial\varepsilon/\partial x_2 \quad \cdots \quad \partial\varepsilon/\partial x_6] \quad [\partial/\partial x_2] \quad : \quad [\partial/\partial x_6] \quad (4.87)$$

Considerando  $l_{ij} = \partial/\partial x_i (\partial\varepsilon/\partial x_j)$ ; ( $i = 1...6$ ;  $j = 1...6$ ), a matriz  $\bar{L}$  resulta quadrada e simétrica:

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & l_{15} & l_{16} \\ l_{12} & l_{22} & l_{23} & l_{24} & l_{25} & l_{26} \\ l_{13} & l_{23} & l_{33} & l_{34} & l_{35} & l_{36} \\ l_{14} & l_{24} & l_{34} & l_{44} & l_{45} & l_{46} \\ l_{15} & l_{25} & l_{35} & l_{45} & l_{55} & l_{56} \\ l_{16} & l_{26} & l_{36} & l_{46} & l_{56} & l_{66} \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Os termos da matriz  $\bar{L}$  são definidos por:

$$l_{11} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_1} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} + \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.89)$$

$$l_{22} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_2} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} + \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.90)$$

$$l_{33} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_3} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} + \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.91)$$

$$l_{44} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_4} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} - \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.92)$$

$$l_{55} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_5} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} - \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.93)$$

$$l_{66} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_6} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} - \frac{(1 + \delta)^{-1/2}}{L_t^2} \quad (4.94)$$

Termos fora da diagonal principal da matriz  $\bar{L}$  :

$$l_{12} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_1} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (4.95)$$

$$l_{13} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_1} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} \quad (4.96)$$

$$l_{23} = \frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_2} \{ \cos \xi + L_t^{-1} [x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t) \cos \xi] \} \quad (4.97)$$

$$l_{24} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_2} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} \quad (4.98)$$

$$l_{34} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_3} \{ \cos \eta + L_t^{-1} [x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t) \cos \eta] \} \quad (4.99)$$

$$l_{35} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_3} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (4.100)$$

$$l_{45} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_4} \{ \cos \gamma + L_t^{-1} [x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t) \cos \gamma] \} \quad (4.101)$$

$$l_{46} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_4} \{\cos \xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos \xi]\} \quad (4.102)$$

$$l_{56} = -\frac{(1 + \delta)^{-3/2}}{2 L_t} \frac{\partial \delta}{\partial x_5} \{\cos \xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos \xi]\} \quad (4.103)$$

Relações de simetria da matriz  $\bar{L}$  :

$$l_{14} = -l_{11} \quad l_{25} = -l_{22} \quad l_{36} = -l_{33} \quad (4.104)$$

$$l_{15} = -l_{12} \quad l_{16} = -l_{13} \quad l_{26} = -l_{23} \quad (4.105)$$

As derivadas de  $\delta$  podem ser expressas por:

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_1} = -2L_t^{-1}\{\cos \eta + L_t^{-1}[x_4 - x_1 + (\mu - \mu_t)\cos \eta]\} \quad (4.106)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_2} = -2L_t^{-1}\{\cos \gamma + L_t^{-1}[x_5 - x_2 + (\mu - \mu_t)\cos \gamma]\} \quad (4.107)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_3} = -2L_t^{-1}\{\cos \xi + L_t^{-1}[x_6 - x_3 + (\mu - \mu_t)\cos \xi]\} \quad (4.108)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial x_4} = -\frac{\partial \delta}{\partial x_1} \quad \frac{\partial \delta}{\partial x_5} = -\frac{\partial \delta}{\partial x_2} \quad \frac{\partial \delta}{\partial x_6} = -\frac{\partial \delta}{\partial x_3} \quad (4.109)$$

#### 4.3.5 Normalização dos autovetores

A normalização dos autovetores da estrutura, utilizada neste trabalho, está baseada na proposta feita por Paz (1997):

$$\phi_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\mathbf{a}_j^T M \mathbf{a}_j}} \quad (4.110)$$

onde:

$a_{ij}$  : matriz dos autovetores não normalizados;

$\varphi_{ij}$  : matriz dos autovetores normalizados;

$a_j$  : vetor modal  $j$  não normalizado;

$M$  : matriz de massa consistente do sistema.

## 4.4 ANÁLISE DINÂMICA

### 4.4.1 Processo de integração numérica

A aproximação mais geral para a solução da resposta dinâmica de sistemas estruturais é a integração numérica direta da equação de movimento, de modo que o equilíbrio dinâmico é realizado em instantes discretos do tempo.

As aproximações podem ser classificadas fundamentalmente como métodos de integração explícitos ou implícitos, dependendo do instante do passo de integração ( $\Delta t$ ) em que o equilíbrio da equação é satisfeito.

Para o método explícito, a solução da equação diferencial para o tempo  $t+\Delta t$  depende somente da condição de equilíbrio no passo predito  $t$ . Para estruturas governadas por altas frequências o método explícito é o mais indicado, exigindo para a solução do sistema um passo de tempo ( $\Delta t$ ) muito pequeno. Portanto, todos os métodos explícitos são condicionalmente estáveis com relação ao valor do passo de tempo adotado ( $\Delta t \leq \Delta t_{\text{critico}}$ ).

Quando a condição de equilíbrio da equação diferencial é satisfeita para o tempo  $t+\Delta t$ , o processo de integração é dito implícito. Métodos implícitos podem ser condicionalmente ou incondicionalmente estáveis, por outro lado, podem ser utilizados passos de tempo ( $\Delta t$ ) maiores, afetando somente a precisão do método (Wilson, 2000). Segundo Fernandes apud Lazanha (2003), para o caso de estruturas governadas por baixas frequências, os métodos implícitos são os mais indicados.

Nesta seção é descrito o método de integração direta de Newmark e que se refere a um processo explícito de solução da equação de equilíbrio dinâmico.

### 4.4.2 Integração da equação de movimento

A equação de equilíbrio dinâmico, conforme seção 4.3.2, apresenta comportamento não-linear devido às características do vetor gradiente  $g(x)$  da Energia Potencial Total.

$$M \ddot{\mathbf{x}} + C \dot{\mathbf{x}} + g(\mathbf{x}) = \mathbf{P} \quad (4.111)$$

Segundo o método de Newmark, as expressões para o deslocamento e velocidade no tempo  $t+\Delta t$  são expressas, respectivamente, por:

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_t + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t^2 [(1/2 - \beta_1) \ddot{\mathbf{x}}_t + \beta_1 \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}] \quad (4.112)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t [(1 - \beta_2) \ddot{\mathbf{x}}_t + \beta_2 \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}] \quad (4.113)$$

O algoritmo preditor-corretor de integração pode ser montado a partir da equação de equilíbrio dinâmico, no tempo  $t+\Delta t$ , da seguinte forma:

$$M \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} + C \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^p + \mathbf{g}_{t+\Delta t}^p = \mathbf{P}(t + \Delta t) \quad (4.114)$$

Onde  $\mathbf{g}_{t+\Delta t}^p$  representa o gradiente, no tempo  $t+\Delta t$ , da Energia Potencial Total calculado com deslocamentos  $\mathbf{x}^p$  preditos. De forma similar, as forças de amortecimento no tempo  $t+\Delta t$  são calculadas com um vetor de velocidades  $\dot{\mathbf{x}}^p$  também predito.

Os valores preditos para os deslocamentos e velocidades no tempo  $t+\Delta t$  são expressos respectivamente por:

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t}^p = \mathbf{x}_t + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t^2 (1/2 - \beta_1) \ddot{\mathbf{x}}_t \quad (4.115)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^p = \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t (1 - \beta_2) \ddot{\mathbf{x}}_t \quad (4.116)$$

Após o cálculo dos deslocamentos e velocidades preditos, a aceleração no tempo  $t+\Delta t$  pode ser determinada através da equação (4.114) e em seguida são corrigidos os valores dos deslocamentos e velocidades através das equações (4.112) e (4.113). Com os valores dos deslocamentos e velocidades corrigidos pode-se então calcular a aceleração corrigida através da equação (4.114) novamente.

Neste modelo foram adotados os valores  $\beta_2 = 1/2$  conforme recomendado por Newmark (1959) e  $\beta_1 = 1/4$  o que representa uma aceleração constante no passo de tempo  $\Delta t$  igual à média entre a aceleração no tempo inicial e no tempo final. O passo de tempo  $\Delta t$  utilizado neste algoritmo em geral deve ser pequeno a fim de garantir a estabilidade numérica, admitindo para este método o valor de  $\Delta t \leq T_n / 5$ , onde  $T_n$  é o menor período de vibração natural da estrutura (Bathe e Wilson, 1976; Newmark, 1959).

A descrição do algoritmo do método da aceleração média utilizado na análise dinâmica de torres metálicas estaiadas via integração no tempo é apresentada a seguir:

Passo 1: Com os valores iniciais conhecidos de  $x(0)$ ,  $\dot{x}(0)$  e  $P(0)$  no tempo  $t = 0$  calcula-se a aceleração inicial:

$$\ddot{\mathbf{x}}(0) = M^{-1}[\mathbf{P}(0) - C \dot{\mathbf{x}}(0) - g(\mathbf{x}_0)] \quad (4.117)$$

Passo 2: Cálculo dos valores dos deslocamentos e velocidades preditos no tempo  $t+\Delta t$ , conforme equações (4.115) e (4.116):

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t}^p = \mathbf{x}_t + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t^2(1/2 - \beta_1)\ddot{\mathbf{x}}_t$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^p = \dot{\mathbf{x}}_t + \Delta t(1 - \beta_2)\ddot{\mathbf{x}}_t$$

Passo 3: Cálculo da aceleração no tempo  $t+\Delta t$  com os valores preditos de deslocamentos e velocidades:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = M^{-1}[\mathbf{P}(t + \Delta t) - C \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^p - g(\mathbf{x}_{t+\Delta t}^p)] \quad (4.118)$$

Passo 4: Determinação dos valores corrigidos para os deslocamentos e velocidades no tempo  $t+\Delta t$ :

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_{t+\Delta t}^p + \Delta t^2 \beta_1 \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} \quad (4.119)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t}^p + \Delta t \beta_2 \ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} \quad (4.121)$$

Passo 5: Determinação da aceleração no tempo  $t+\Delta t$  com os valores corrigidos de deslocamentos e velocidades:

$$\ddot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} = M^{-1}[\mathbf{P}(t + \Delta t) - C \dot{\mathbf{x}}_{t+\Delta t} - g(\mathbf{x}_{t+\Delta t})] \quad (4.122)$$

Passo 6: Comparação dos valores das acelerações obtidas nos Passos 3 e 5. Se for maior que um determinado valor estipulado, volta-se ao passo 4 com os valores de aceleração encontrados no Passo 5. Caso contrário inicia-se um novo passo de tempo.

#### 4.4.3 Matriz de amortecimento

O amortecimento considerado neste trabalho, empregado no programa computacional de análise dinâmica (ADTEQ), baseou-se na formulação apresentada por Clough e Penzien (1993), na qual a contribuição de cada modo de vibração, na matriz de amortecimento do sistema, é proporcional à razão de amortecimento crítico. A matriz de amortecimento ( $C$ ) da estrutura é dada por:

$$C = M \left( \sum_{n=1}^N \frac{2 \zeta_n \omega_n}{M_n} \phi_n \phi_n^T \right) M \quad (4.123)$$

Onde:

- $C$ : matriz de amortecimento da estrutura;
- $M$ : matriz de massa consistente da estrutura;
- $M_n = \phi_n^T M \phi_n$ : matriz de massa modal;
- $\omega_n$ : frequência natural do modo "n" (rad/s);
- $\zeta_n$ : razão de amortecimento do modo "n";
- $\phi_n$ : vetor modal "n" normalizado.

A matriz de massa modal  $M_n$  é igual a 1 quando os modos de vibração da estrutura estão normalizados de acordo com a equação (4.110).

A razão de amortecimento ( $\zeta_n$ ) adotada no programa ADTEQ foi igual a 0,008 para todos os modos de vibração, conforme recomendado na NBR6123 para o caso de torres e chaminés de aço com seção uniforme. No programa SAP2000, o cálculo da matriz de amortecimento ( $C$ ) é feito através do amortecimento proporcional de Rayleigh, cuja matriz de amortecimento é dada em função das matrizes de massa e rigidez. Neste caso, utilizou-se a razão de amortecimento ( $\zeta_n$ ) igual a 0,008 para os dois primeiros modos de vibração.

#### 4.4.4 Matriz de massa consistente

A matriz de massa consistente para um elemento de cabo ou treliça no espaço foi baseada na formulação apresentada por Pulino (1991), representada por:

$$M_{\text{elemento}} = \frac{\rho A L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

Onde:

$M^{elemento}$  : matriz de massa consistente do elemento;

$\rho$  : massa específica do elemento;

$A$  : área da seção transversal;

$L$  : comprimento do elemento.

#### 4.4.5 Esforços internos

Determinado os deslocamentos, velocidades e acelerações nodais, calculam-se os esforços internos em cada elemento de cabo ou treliça. No caso específico dos elementos de cabo, os esforços axiais foram calculados assegurando que durante a análise dinâmica nenhum elemento suporte forças de compressão. Caso ocorra a situação em que a deformação total no elemento de cabo seja de compressão ( $\varepsilon < 0$ ), desconsidera-se a sua contribuição ( $\varepsilon = 0$ ) na função Energia Potencial Total.

As tensões podem então ser calculadas em função da deformação longitudinal do elemento obtidas em cada instante de tempo por intermédio da relação  $\sigma = E \varepsilon$ .

## 5 AÇÕES ESTÁTICAS DO VENTO SEGUNDO A NBR6123

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta o procedimento de projeto para o cálculo do carregamento estático do vento e seus efeitos sobre torres de telecomunicações. A norma NBR6123 fornece apenas diretrizes gerais para o cálculo da carga do vento, porém este carregamento é determinado por expressões matemáticas, deduzidas por Blessmann (1988), obtidas de estudos em edificações altas que levam em consideração o perfil vertical de velocidades médias apresentado pela referida norma.

A ação do vento em estruturas esbeltas é uma das mais importantes a ser determinada no projeto. As forças devidas ao vento em estruturas treliçadas estão relacionadas a fatores da norma NBR6123, tais como: índice de área exposta; efeito de proteção causado pelas treliças de barlavento; a forma das barras da treliça; a orientação da estrutura em relação à direção da velocidade média do vento; a velocidade básica do vento ( $V_o$ ), adequada ao local onde a estrutura será construída; a consideração com relação às variações do relevo do terreno; a classificação do terreno em função da sua rugosidade e das dimensões da estrutura; fator relacionado ao uso da estrutura e ao grau de segurança; e assim por diante.

Fatores não considerados dentro da norma NBR6123, para o caso de edificação cujas dimensões e/ou formas provoquem perturbações importantes no escoamento ou por obstáculos na sua vizinhança, deve-se recorrer a ensaios em túnel de vento, onde possam ser simuladas as características do vento natural, de modo a conhecer melhor as forças atuantes na estrutura.

### 5.2 FORÇA DE ARRASTO

As forças decorrentes da incidência do vento em uma estrutura, comumente conhecidas por forças aerodinâmicas, produzem uma componente horizontal na direção do vento chamada força de arrasto –  $F_a$ , calculada conforme equação (5.1).

$$F_a = C_a q A \quad (5.1)$$

Onde:

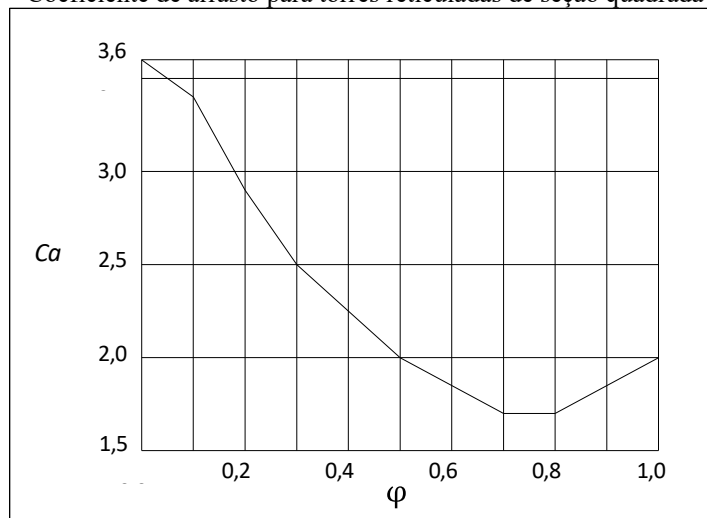
$C_a$  : coeficiente de arrasto (parâmetro aerodinâmico);

$q$  : pressão dinâmica do vento (parâmetro meteorológico);

$A$  : área da superfície de referência (parâmetro geométrico).

Para a determinação do coeficiente de arrasto ( $C_a$ ) em torres reticuladas de seção quadrada, a norma NBR6123 apresenta um gráfico transcrito conforme Figura 5.1, onde este coeficiente varia de acordo com o índice de área exposta  $\phi$ . Este índice é definido como sendo a relação entre a área frontal efetiva de uma das faces da treliça e a área total correspondente à superfície limitada pelo contorno da treliça.

Figura 5.1 – Coeficiente de arrasto para torres reticuladas de seção quadrada (NBR6123).



Fonte: Os Autores (2026).

É importante ressaltar que o coeficiente de arrasto ( $C_a$ ) não é constante ao longo da torre, pois o seu valor é calculado individualmente para cada um dos módulos em função do índice de área exposta ( $\varphi$ ) do respectivo módulo.

Na Tabela 5.1, são apresentados os parâmetros das equações das retas utilizados neste trabalho para a determinação de  $C_a$  de acordo com a Figura 5.1.

Tabela 5.1– Parâmetros para  $C_a$  (Guimarães, 2000).

φ	$C_a = a\varphi + b$	
	a	b
Mín. – Máx.		
0,0-0,1	-2,0	3,60
0,1-0,2	-5,0	3,90
0,2-0,3	-4,0	3,70
0,3-0,5	-2,5	3,25
0,5-0,7	-1,0	2,50
0,7-0,8	0,0	1,80
0,8-1,0	1,0	1,00

Fonte: Os Autores (2026).

O parâmetro meteorológico ( $q$ ) representa a variação da pressão dinâmica do vento em relação ao perfil de velocidades médias. A força de arrasto ( $F_a$ ) pode ser determinada considerando o perfil contínuo de velocidades, ou, com boa aproximação, a partir de um perfil escalonado, conforme Blessmann (1988).

De acordo com a NBR6123, a pressão dinâmica ( $q$ ) é dada pela seguinte expressão:

$$q = 0,613 V_k^2 \quad [\text{N/m}^2] \quad (5.2)$$

A velocidade característica ( $V_k$ ) utilizada em projeto é determinada por:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad [\text{m/s}] \quad (5.3)$$

O fator topográfico  $S_1$  leva em consideração as variações no relevo do terreno;  $S_2$  representa um perfil de velocidades adimensional e varia de acordo com uma lei potencial e o fator estatístico  $S_3$  considera o grau de segurança requerido e a vida útil da estrutura. A velocidade básica do vento ( $V_0$ ) é definida como sendo a velocidade de uma rajada de 3 segundos, excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 metros acima do terreno, em campo aberto e plano (Categoria II).

Visto o apresentado nas equações (5.2) e (5.3), define-se:

$$K_1 = 0,613 (V_0 S_1 S_3)^2 \quad (5.4)$$

e a equação (5.2) pode ser escrita como segue:

$$q(z) = K_1 S_2^2 \quad (5.5)$$

O fator  $S_2$  leva em consideração o perfil de velocidade do vento a uma altura  $z$  em metros conforme o tipo de terreno, levando em conta também a duração da rajada para que o vento englobe toda a estrutura. A expressão para  $S_2$  é dada por:

$$S_2 = b F_r \left(\frac{z}{10}\right)^p \quad (5.6)$$

Os valores dos parâmetros  $b$ ,  $F_r$ , e  $p$ , para diversos intervalos de tempo e para as cinco categorias de rugosidade do terreno, são definidos pela norma NBR6123.

O parâmetro  $K_2$  é definido como segue:

$$K_2 = K_1 \left(\frac{b F_r}{10^p}\right)^2 \quad (5.7)$$

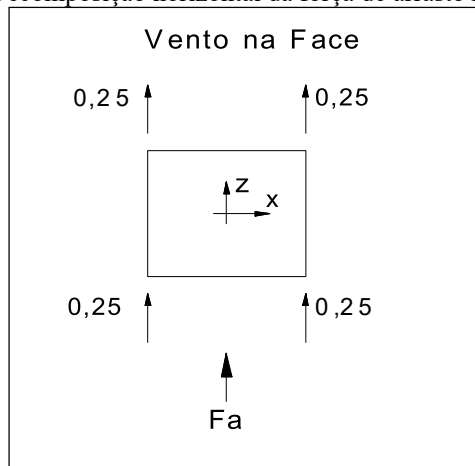
Substituindo a equação (5.6) na equação (5.5), a pressão dinâmica é representada por:

$$q(z) = K_2 z^{2p} \quad (5.8)$$

### 5.3 DECOMPOSIÇÃO DA FORÇA DE ARRASTO

Para o caso de torres metálicas de seção transversal quadrada submetidas a uma carga do vento incidindo com um ângulo ( $\alpha$ ) igual a  $0^\circ$  em relação à perpendicular à face de barlavento, a decomposição horizontal da força de arrasto ( $F_a$ ) é apresentada na NBR6123 e esquematizada conforme Figura 5.2.

Figura 5.2 – Decomposição horizontal da força de arrasto  $F_a$  (NBR6123).



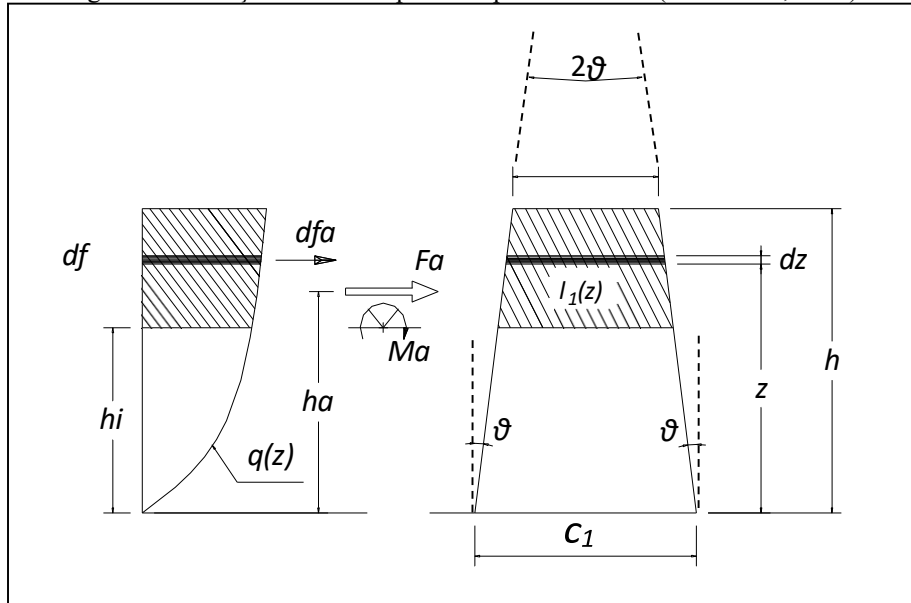
Fonte: Os Autores (2026).

A força de arrasto é calculada para um diferencial ( $df$ ) do perfil contínuo e integrada dentro do limite desejado. Admite-se inicialmente uma edificação com faces cheia corrigida posteriormente em função do índice de área exposta –  $\phi$ .

Conforme o perfil contínuo da Figura 5.3, a força de arrasto para uma faixa de largura  $l_1(z)$  e altura  $dz$  é dada por:

$$dF_a = C_a q(z) l_1(z) dz \quad (5.9)$$

Figura 5.3 – Força de arrasto a partir do perfil contínuo (Blessmann, 1988).



Fonte: Os Autores (2026).

A força de arrasto parcial entre o topo da edificação ( $h$ ) e o nível inferior ( $h_i$ ), será:

$$F_a = \int_{h_i}^h dF_a \quad \text{ou} \quad F_a = C_a \int_{h_i}^h q(z) l_1(z) dz \quad (5.10)$$

Pelo Teorema de Varignon:

$$F_a h_a = \int_{h_i}^h z dF_a \quad (5.11)$$

Colocando  $h_a$  em evidência e considerando as equações (5.8) e (5.9), tem-se:

$$h_a = \frac{\int_{h_i}^h C_a q(z) l_1(z) z dz}{\int_{h_i}^h C_a q(z) l_1(z) dz} = \frac{\int_{h_i}^h q(z) l_1(z) z dz}{\int_{h_i}^h q(z) l_1(z) dz} \quad (5.12)$$

O momento de tombamento para a altura  $h_i$  será:

$$M_a = F_a (h_a - h_i) \quad (5.13)$$

Para edificações não paralelepípedicas ( $\theta \neq 0$ ),  $l_1(z)$  pode ser escrita como:

$$l_1(z) = c_1 - 2 z \operatorname{tg} \theta \quad (5.14)$$

Onde:

$$h \operatorname{tg} \theta = \frac{c_1 - c_2}{2} \Rightarrow 2 \operatorname{tg} \theta = \frac{c_1 - c_2}{h} \quad (5.15)$$

Substituindo as equações (5.8) e (5.14) na equação (5.10), tem-se:

$$F_a = K_2 C_a \int_{h_i}^h (c_1 - 2 z \operatorname{tg} \theta) z^{2p} dz \quad (5.16)$$

Resolvendo a integral obtém-se:

$$F_a = K_2 C_a \left[ \frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - h_i^{2p+1}) - \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2}) \right] \quad (5.17)$$

Substituindo  $l_1(z)$  e  $q(z)$  na equação (5.12) e resolvendo as integrais, tem-se que:

$$h_a = \frac{\frac{c_1}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2}) - \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{2p+3} (h^{2p+3} - h_i^{2p+3})}{\frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - h_i^{2p+1}) - \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2})} \quad (5.18)$$

As equações (5.13), (5.17) e (5.18) resolvem o problema da relação entre o perfil vertical de velocidades médias e o carregamento da estrutura na direção do vento.

Adequando a força de arrasto para o caso de torres metálicas quadradas (reticulado espacial), onde a área frontal efetiva do reticulado é sempre menor que a área frontal da superfície de contorno, considerado por seção da torre, deve-se multiplicar o valor de  $F_a$  pelo índice de área exposta  $\varphi$ . Assim, a equação para torres reticuladas espaciais resulta:

$$F_a = K_2 C_a \left[ \frac{c_1}{2p+1} (h^{2p+1} - h_i^{2p+1}) - \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{2p+2} (h^{2p+2} - h_i^{2p+2}) \right] \varphi \quad (5.19)$$

O procedimento a seguir foi utilizado por Guimarães (2000), Menin (2002) e Merce (2003) e consiste em obter a decomposição vertical em forças de arrasto que atuam no topo de cada módulo da torre

reticulada.

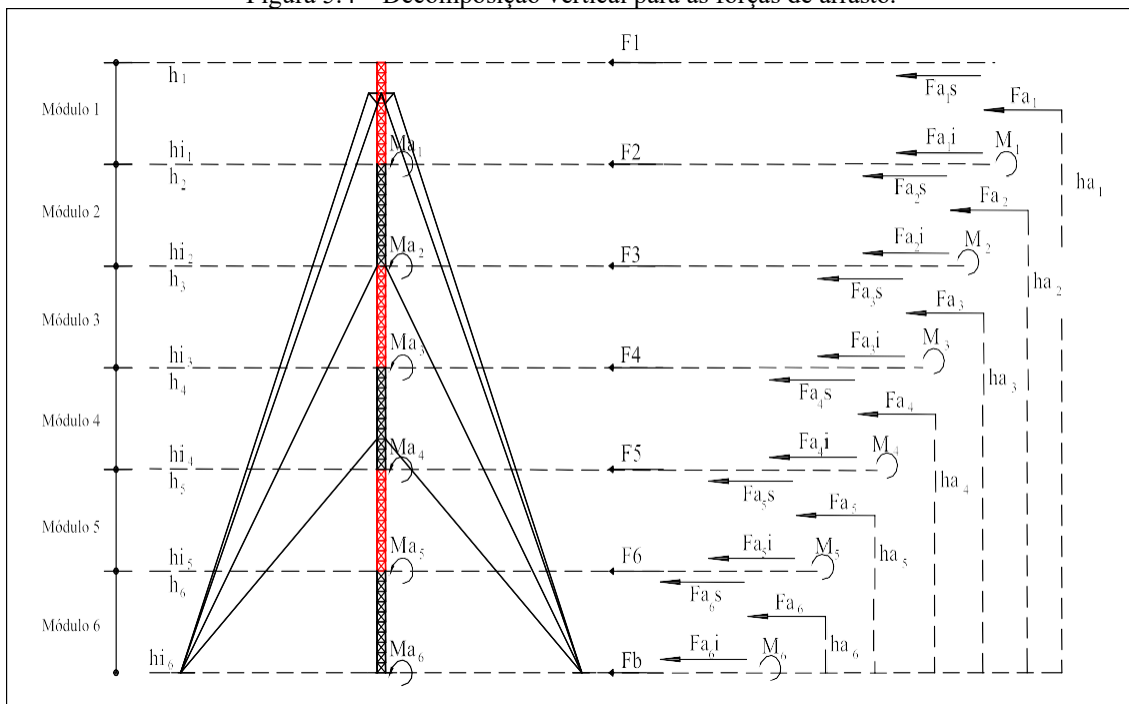
O momento de tombamento  $Ma_k$ , seguindo formulação apresentada anteriormente, é dado pela soma dos momentos parciais de cada módulo  $k$  da torre, conforme equação (5.20).

$$M_{ak} = \sum_{i=1}^k F_{ai} (h_{ai} - h_{ik}) \quad (5.20)$$

A Figura 5.4 apresenta um exemplo de decomposição vertical para as forças de arrasto em uma torre estaiada composta por seis módulos, onde  $h_i$  é o valor da cota inferior de cada módulo e  $M_k$  o momento de tombamento produzido somente pela força de arrasto para cada módulo  $k$ .

$$M_k = F_{ak} (h_{ak} - h_{ik}) \quad (5.21)$$

Figura 5.4 – Decomposição vertical para as forças de arrasto.



Fonte: Os Autores (2026).

Para o equilíbrio estático de momentos de cada módulo, tem-se:

$$\sum M(h_i) = 0 \Rightarrow F_{ai}^s (h_i - h_{ii}) - F_{ai} (h_{ai} - h_{ii}) = 0 \quad (5.22)$$

Obtendo-se, então:

$$F_{ai}^s = \frac{F_{ai} (h_{ai} - h_{ii})}{h_i - h_{ii}} \quad (5.23)$$

Para o plano horizontal inferior de cada módulo, tem-se:

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{ai}^i + F_{ai}^s = F_{ai} \quad (5.24)$$

Obtendo-se, então:

$$F_{ai}^i = F_{ai} - F_{ai}^s \quad (5.25)$$

Finalmente, a força de arrasto ( $F_i$ ) no topo de cada módulo da torre é dada segundo a expressão:

$$F_i = F_{ai}^s + F_{ai-1}^i \quad (5.26)$$

Após a determinação da força de arrasto no topo de cada módulo através da decomposição vertical do perfil contínuo, conforme apresentado na equação (5.26), esta força é decomposta horizontalmente e aplicada nos quatro nós da extremidade superior do módulo, conforme apresentado na Figura 5.2.

#### 5.4 TEORIA ELÁSTICA DE DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento estrutural pela teoria elástica considera o limite de escoamento como sendo a ruína a ser admitida para o material. A segurança é garantida por meio de um coeficiente aplicado na tensão de escoamento para se obter a tensão admissível, de modo que esta não seja ultrapassada.

A teoria elástica de dimensionamento possui as seguintes características:

- O estado limite de resistência é o início da plastificação da seção, no ponto de maior tensão;
- O cálculo dos esforços solicitantes é feito em regime elástico, não sendo considerada a redistribuição de esforços causados pela plastificação de uma ou mais seções na estrutura;
- As cargas atuantes são consideradas com seus valores reais sem majoração (cargas em serviço);
- A margem de segurança da estrutura fica embutida na tensão admissível adotada para cada tipo de solicitação.

Ao se projetar uma estrutura é necessário assegurar que, nas condições de serviço, ela atingirá o objetivo para o qual foi calculada. Do ponto de vista da capacidade de carga, a tensão máxima na estrutura

é mantida abaixo do limite de proporcionalidade, porque deste modo não haverá deformação permanente, caso as cargas sejam aplicadas e removidas. Assim, o dimensionamento de cada elemento estrutural é considerado satisfatório quando a tensão solicitante ( $\sigma_{solic}$ ), causada por cargas em serviço, é inferior à tensão admissível ( $\sigma_{adm}$ ), calculada através de um adequado coeficiente de segurança ( $FS$ ) sobre a tensão limite do material ( $\sigma_{lim}$ ), conforme a equação (5.27).

$$\sigma_{solic} < \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{FS} \quad (5.27)$$

Embora a teoria plástica de dimensionamento (Estado Limite Último) seja mais utilizada na prática, neste trabalho foi adotado o critério das Tensões Admissíveis porque um dos modelos matemáticos utilizados nas análises estática, dinâmica e modal, é baseado em uma formulação não-linear que permite grandes deslocamentos e deformações. O motivo para tal escolha é devido ao fato que ao se multiplicar o carregamento ( $P$ ) por um fator de carga, o novo ponto de equilíbrio pode estar muito longe do ponto de equilíbrio obtido com as cargas em serviço, podendo inclusive mudar de sinal, por exemplo, de tração para compressão ou vice-versa.

## 5.5 DIMENSIONAMENTO DOS PERFIS METÁLICOS

O dimensionamento dos perfis (cantoneiras simples) que compõem o mastro central da torre baseou-se no método das Tensões Admissíveis conforme norma do AISC: *Manual of Steel Construction - Allowable Stress Design* (1989).

No modelo de treliça espacial, cada nó possui apenas três graus de liberdade, sendo estes as translações em relação aos eixos ortogonais. Assim, na fase da resolução da estrutura submetida a carregamentos nodais, surgem apenas esforços axiais nos elementos. Se forem consideradas as cargas de peso próprio distribuídas primeiro nos elementos antes de transferidas aos nós, aparecerão esforços cisalhantes e momentos fletores nas barras, sendo importante a sua verificação os comprimentos das barras forem grandes.

Considerando apenas os esforços axiais que são predominantes nas barras de torres estaiadas, o critério das Tensões Admissíveis recomenda no dimensionamento à tração a verificação quanto à ruptura da seção líquida, que pode ocasionar o colapso da peça, e quanto ao escoamento da seção bruta, que pode implicar em deformações exageradas, conforme as equações (5.28) e (5.29), respectivamente.

$$F_{adm}^{t_1} = 0,5 F_u A_n \quad (5.28)$$

$$F_{adm}^{t_2} = 0,6 F_y A_g \quad (5.29)$$

Onde:

$F_u$  : tensão última do material;

$F_y$  : tensão de escoamento do material;

$A_n$  : área líquida da seção transversal (descontando-se as áreas de furos);

$A_g$  : área bruta da seção transversal.

O esforço resistente à tração admissível ( $F_{adm}^t$ ) é considerado como sendo o menor dos dois valores obtidos através das equações acima. No presente trabalho, considerou-se a área líquida como sendo igual a 75% da área bruta, ou seja, 25% para furos de parafusos.

Nas peças tracionadas, o índice de esbeltez, que é definido como sendo a relação entre o comprimento da peça e o raio de giração da seção transversal, não tem importância fundamental, uma vez que o esforço tende a retificar as hastes. As normas, porém, fixam limites superiores para este índice, visando reduzir efeitos vibratórios provocados por impactos, ventos, etc. Segundo o critério das Tensões Admissíveis, apresentado na norma do AISC (1989), o índice de esbeltez em peças tracionadas não deve ultrapassar 300.

No caso de peças submetidas a esforços axiais de compressão, o critério das Tensões Admissíveis determina que a capacidade resistente à compressão seja definida por:

No caso de  $Kl/r \leq C_c$ :

$$F_{adm} = \frac{Q \left[ 1 - \frac{(Kl/r)^2}{2 C_c^2} \right] F_y A_g}{\frac{5}{3} + \frac{3}{8} \left( \frac{Kl/r}{C_c} \right) - \frac{(Kl/r)^3}{8 C_c^3}} \quad (5.30)$$

No caso de  $Kl/r > C_c$ :

$$F_{adm} = \frac{12 \pi^2 E A_g}{23 \left( \frac{Kl}{r} \right)^2} \quad (5.31)$$

Sendo:

$Kl/r$  : índice de esbeltez máximo da peça;

$E$  : módulo de elasticidade do material;

$F_y$ : tensão de escoamento do material;

$A_g$ : área bruta da seção transversal;

$Q$ : fator de redução para levar em conta a flambagem local da peça;

$C_c$ : índice de esbeltez limite entre flambagem elástica e inelástica.

$$C_c = \sqrt{\frac{2 \pi^2 E}{Q F_y}} \quad (5.32)$$

O fator de redução ( $Q$ ) será igual a 1,0 para o caso de cantoneiras simples que atendam a seguinte relação:

$$\frac{b}{t} \leq \frac{76}{\sqrt{F_y}} \quad (5.33)$$

Sendo:

$b$ : comprimento total da aba na cantoneira;

$t$ : espessura da cantoneira;

$F_y$ : tensão de escoamento do material em *ksi*.

Neste trabalho foi empregado cantoneiras de aço ASTM A36, com tensão de escoamento ( $F_y$ ) igual a 250MPa, aplicado principalmente em torres estaiadas de telecomunicações, de modo que todos os perfis atendam a relação apresentada na equação (5.33), admitindo-se valor unitário para o fator de redução ( $Q$ ).

Ao contrário dos esforços de tração, os esforços de compressão tendem a aumentar os efeitos de flambagem iniciais e, numa situação extrema, podem levar à perda da estabilidade. Consequentemente, as normas fixam limites superiores para o índice de esbeltez com a finalidade de evitar a grande flexibilidade das peças excessivamente esbeltas. No caso específico da norma do AISC-89, este índice não deve ultrapassar 200.

Porém, neste trabalho, foram adotados os limites de índice de esbeltez recomendados pela norma canadense de torres CSA S37-94, cujos valores são apresentados abaixo:

a) Peças Comprimidas:

- Montantes: 120;
- Demais peças principais (horizontais, diagonais e travamentos): 200;
- Peças secundárias: 240.

b) Peças Tracionadas: 300.

Os índices de esbeltez dos perfis de aço utilizados nas torres estaiadas foram calculados utilizando-se a equação (5.34) abaixo, conforme recomendação da própria norma canadense de torres CSA S37-94, e com base nos comprimentos dos elementos apresentados na Figura (5.5).

$$\lambda = \frac{KL}{r_{\min}} \quad (5.34)$$

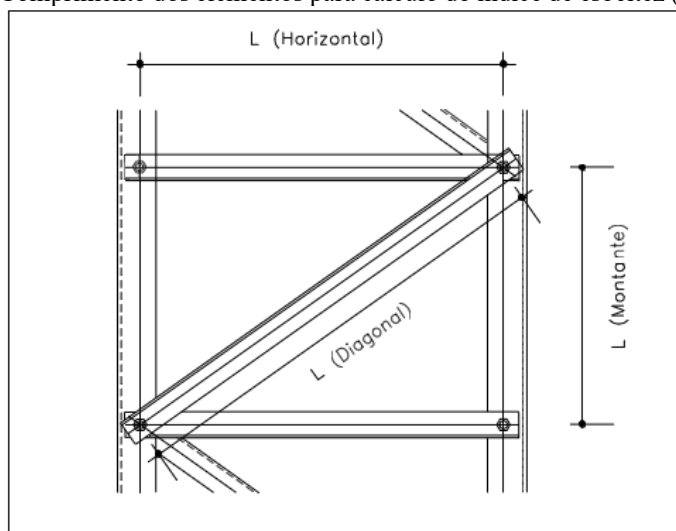
Sendo:

$K = 1,0$  : parâmetro que define o comprimento efetivo de flambagem;

$L$  : comprimento do membro conforme Figura 5.5;

$r_{\min}$  : raio de giração mínimo da peça.

Figura 5.5 – Comprimento dos elementos para cálculo do índice de esbeltez (Menin, 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

## 5.6 DIMENSIONAMENTO DOS CABOS

O dimensionamento dos cabos ou estais que compõem as torres estaiadas foi realizado conforme a norma americana para cabos estruturais: ASCE 19-96 – *Structural Applications of Steel Cables for Buildings*. Segundo esta norma, as tensões nos cabos devem ser verificadas para as seguintes combinações de cargas:

$$2,2 T_1 \quad (5.35)$$

$$2,0 T_2 \quad (5.36)$$

Sendo:

$T_1$ : tensão nos cabos devido à carga permanente e pré-tensionamento dos cabos;

$T_2$ : tensão nos cabos devido à carga permanente, pré-tensionamento e cargas do vento.

A capacidade resistente dos cabos ( $S_d$ ) é determinada pelo menor dos dois valores calculados pela equação (5.37) apresentada a seguir.

$$S_d = S_n \varphi_f \quad \text{ou} \quad S_d = S_n \varphi_d \quad (5.37)$$

Sendo:

$S_d$ : capacidade resistente do cabo;

$S_n$ : capacidade resistente nominal do cabo (informado pelo fabricante);

$\varphi_f$ : fator de redução devido ao tipo de terminação do cabo;

$\varphi_d$ : fator de redução devido à utilização de defletores.

Segundo a norma ASCE 19-96, o coeficiente  $\varphi_d$  deve ser considerado igual a 1,0 no caso de não existirem defletores. Os defletores são peças metálicas encaixadas nos cabos e utilizadas para fazer uma mudança na direção do cabo, sendo também conhecidos como selas. No caso de torres metálicas estaiadas, os cabos não sofrem nenhuma mudança de direção ao longo de seu comprimento e, portanto, não são utilizados defletores. Consequentemente, a capacidade resistente dos cabos em torres metálicas estaiadas depende apenas do tipo de terminação utilizado no cabo.

A terminação do cabo é um dispositivo fixado à extremidade do mesmo, conforme apresentado anteriormente na Figura 3.7, utilizado para transferir a tensão do cabo aos seus pontos de ancoragem. Os fatores de redução da resistência ( $\varphi_f$ ) devido ao tipo de terminação são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Fatores de redução  $\varphi_f$

Tipo de Terminação do Cabo	$\varphi_f$
Soquete Corrido ( <i>poured socket</i> )	1,00
Soquete Forjado ( <i>swaged socket</i> )	1,00
Soquete de Cunha ( <i>wedge socket</i> )	0,75
Grampos (clips)	0,80

Fonte: Os Autores (2026).

Conforme observações apresentadas na norma ASCE 19-96, as combinações de carga adotadas são similares às combinações básicas do método das Tensões Admissíveis. Porém, o dimensionamento de cabos abordado na referida norma não pode ser enquadrado como critério das Tensões Admissíveis nem

como Estado Limite Último. Os fatores de redução aplicados às tensões nos cabos podem ser considerados como fatores de segurança em relação a sua capacidade resistente e de certa forma eles são análogos aos fatores de majoração da carga ( $\gamma$ ) e de minoração da resistência ( $\varphi$ ) encontrados no dimensionamento através do Estado Limite Último. Entretanto, devido ao fato da curva tensão-deformação de cabos não apresentar um patamar de escoamento bem definido como a de aço estrutural, os fatores de majoração de esforços e minoração de resistências estão relacionados com a capacidade resistente (muito próximo da resistência última) do cabo, ao contrário do Estado Limite Último, no qual eles estão relacionados com a tensão de escoamento.

## 6 AÇÕES DINÂMICAS DO VENTO

### 6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, são apresentados os fundamentos para o cálculo da resposta dinâmica de estruturas esbeltas, incluindo torres de telecomunicações, sujeitas às vibrações forçadas induzidas pelo vento.

Para a análise da resposta dinâmica de torres estaiadas de seção quadrada, foi utilizado o modelo matemático não-linear para cabo tensionado, de modo a considerar os efeitos de grandes deslocamentos e deformações inerentes a esse tipo de estrutura. Para a solução da resposta dinâmica das estruturas na direção do vento, adotou-se o método de integração numérica da equação de movimento baseado no algoritmo de Newmark.

Neste trabalho, para a simulação do histórico do carregamento devido ao vento, foi utilizado o método de Monte Carlo, conforme metodologia proposta por Franco (1993) e empregada por Guimarães (2000), Menin (2002) e Merce (2003). O método consiste na geração de uma série de carregamentos compostos pela superposição de componentes harmônicos, com fases aleatoriamente escolhidas. Os registros assim determinados podem ser vistos como amostras do processo aleatório as quais são representativas das propriedades estatísticas do fenômeno envolvido.

Outras situações como a presença de obstáculos naturais de grande porte nas imediações a barlavento de uma estrutura, influenciando o espectro de energia de rajadas incidentes, ou ainda a indução de perturbações importantes no escoamento causadas pelas dimensões e/ou formas da edificação, podem requerer uma avaliação mais precisa e que pode ser obtida em ensaios de túnel de vento. Portanto, neste caso será necessário reproduzir, no túnel de vento, um modelo representativo quanto às suas características geométricas, estruturais, condições de relevo e ser submetido a um escoamento de um modo semelhante à situação real.

### 6.2 HISTÓRICO DO ESTUDO DO CARREGAMENTO DO VENTO

Diversos métodos foram desenvolvidos anteriormente ao método de Monte Carlo na tentativa de analisar os efeitos do carregamento de vento. Dentre os primeiros a serem desenvolvidos para a análise dinâmica destacamos o método apresentado por Rausch (1933), sendo incorporado à norma alemã da mesma época.

Rausch propôs um gráfico representativo da variação da pressão dinâmica do vento ao longo do tempo, baseado nos poucos registros de rajadas de vento existentes na época. Conforme Rausch, quando surge uma rajada de vento, a pressão dinâmica média cresce subitamente, permanece constante num pequeno intervalo de tempo e volta em seguida ao valor médio inicial, o que ocorrerá também com outras rajadas ao longo do tempo. Rausch estudou primeiramente os efeitos de uma única rajada de vento, baseando-se no caso fundamental de vibração harmônica do sistema massa-mola-amortecedor, onde se constatou que quanto mais rígida for uma estrutura, menor será o efeito dinâmico causado por uma rajada.

Posteriormente, foram estudadas as incidências de outras rajadas e a superposição dos efeitos destas, considerando-se rajadas senoidais sucessivas. Nessa época o problema de vibrações excessivas causadas pelo vento por várias rajadas era abordado num regime supostamente periódico, tratando-se somente de um fenômeno determinístico e não aleatório.

Davenport (1963) introduziu na engenharia estrutural um método probabilístico baseado nos conceitos de admitância mecânica e espectro de energia, já utilizados na engenharia mecânica, elétrica e de comunicações. Davenport estudou os turbilhões que produzem as rajadas de vento, adotando três hipóteses para chegar à resposta da estrutura: 1) a estrutura tem comportamento elástico e a resposta pode ser expressa conforme a equação de equilíbrio dinâmico; 2) a força média é a mesma para escoamento turbulento e suave com mesma velocidade média; 3) as flutuações na velocidade e na força estão ligadas por uma transformação linear. Havendo uma relação linear entre velocidade, força e resposta, e sendo gaussiana a distribuição de velocidades, segue que também serão gaussianas as distribuições de força e da resposta. Dessa forma os espectros de resposta poderão ser obtidos por meio de duas funções de admitância, que são funções que relacionam as dimensões da construção e a dos turbilhões incidentes (admitância aerodinâmica) e a razão entre a resposta permanente e a excitação (admitância mecânica).

Estudos mais recentes relacionados aos carregamentos induzidos pelo vento foram propostos por outros autores. Por exemplo: Simiu (1974) propôs expressões para a variação do espectro de vento com a altura; Solari (1982) estudou a resposta na direção do vento para forças induzidas pela turbulência atmosférica; Ahmad *et al* (1984) estudaram analítica e experimentalmente torres autoportantes de aço e de concreto por meio de ensaios em túnel de vento; Solari (1986) propôs fórmulas para o espectro de potência a partir dos estudos de turbulência atmosférica; Reed (1987) estudou vários parâmetros envolvidos nos projetos relativos aos efeitos do vento; Solari (1988) estudou as flutuações de velocidade estimando a resposta dinâmica da estrutura na direção do vento através da técnica do espectro de resposta.

O modelo discreto utilizado pela NBR6123 segue os fundamentos baseado no processo de Davenport (1963), mas apresenta algumas modificações na determinação dos parâmetros que definem a resposta dinâmica da ação do vento. As hipóteses admitidas para este modelo são as seguintes: 1) as componentes da velocidade do vento são processos estacionários com média zero; 2) na determinação da resposta estrutural na direção da velocidade média do vento, só é considerada a influência da componente flutuante nesta direção; 3) a estrutura é discretizada em várias partes sendo que a ação total do vento em um dado instante, na direção da velocidade média, é composta de duas parcelas: uma média e uma flutuante. Além de destacar que a vibração da estrutura, em seus modos naturais, dá-se em torno da posição deformada definida pelas pressões causadas pela componente estática do vento (velocidade média).

### 6.3 MÉTODO DE MONTE CARLO

O método de simulação de Monte Carlo está relacionado com o ramo da matemática que diz respeito aos experimentos com números aleatórios. A simulação do fenômeno de interesse é obtida submetendo seqüências de números aleatórios disponíveis às transformações apropriadas. As novas seqüências assim determinadas podem ser vistas como amostras do processo aleatório as quais são representativas das propriedades estatísticas do fenômeno envolvido.

Suas aplicações se estendem as mais diversas áreas, incluindo ramos da Física, Química, Biologia, Astronomia, e até mesmo da Ecologia. Segundo Allen (1995), o nome Monte Carlo foi cunhado durante a Segunda Guerra Mundial durante o projeto Manhattan, em virtude da semelhança das simulações estatísticas com os jogos de azar, já que Monte Carlo (capital do Principado de Mônaco) era um centro de cassinos, apostas e jogos. Uma das primeiras aplicações desse método surgiu do estudo da difusão aleatória de nêutrons num material radioativo, também durante a Segunda Guerra. Hoje em dia o método de Monte Carlo é utilizado rotineiramente em diversos campos desde a simulação de fenômenos físicos complexos, como estudo de modelos nucleares, até a simulação de um jogo de bingo.

A análise por simulação pelo método de Monte Carlo constitui uma ferramenta eficiente, conforme mostrou Franco (1993) em sua aplicação no projeto do edifício Centro Empresarial Nações Unidas em São Paulo-SP (Marginal Pinheiros/Brooklin), além de possibilitar o estudo de problemas não-lineares, como os que ocorrem, por exemplo, em estruturas muito flexíveis.

De acordo com o trabalho de Franco (1993), partindo de um dado espectro de velocidade do vento, a pressão flutuante é decomposta em  $m$  funções harmônicas, com uma delas centrada na frequência do primeiro modo natural da estrutura (ressonante). Um modelo aproximado é proposto para representar as correlações espaciais, horizontal e vertical, das pressões flutuantes em função das frequências das rajadas, utilizando-se o conceito de dimensão de rajada.

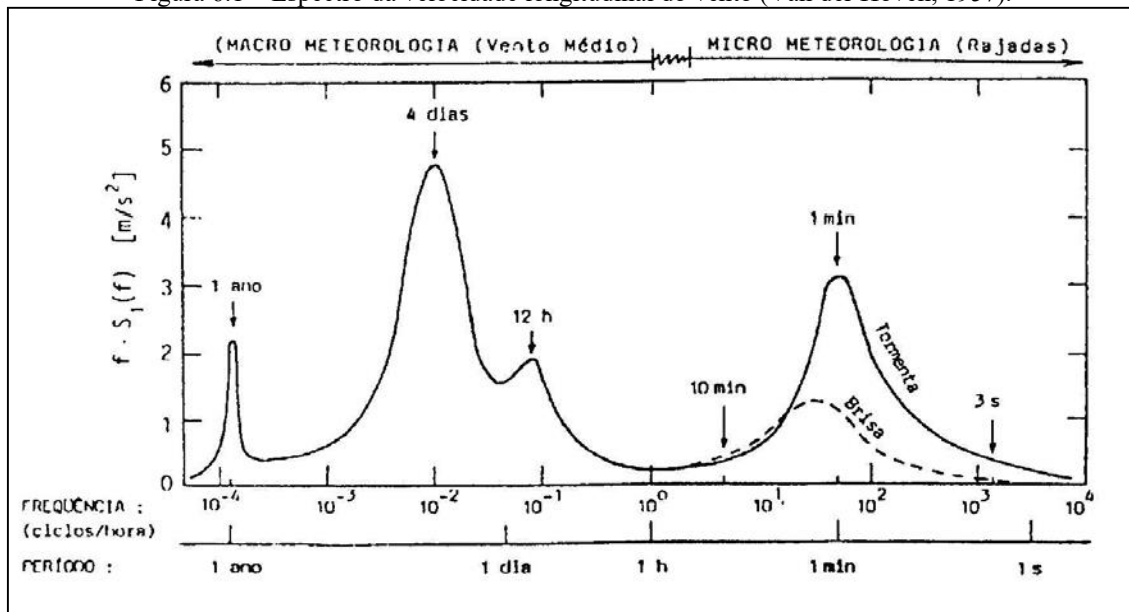
Um número de registros em função do tempo é gerado por variação aleatória dos ângulos de fase ( $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$ ) das  $m$  funções harmônicas. Após a obtenção das respostas de cada série, é realizada uma análise estatística (Gumbel) de modo a se obter a resposta característica, correspondente a uma probabilidade de 95% de ocorrência, associada a uma coordenada relevante.

Por fim, realizada a análise estatística de Gumbel, escolhe-se a série temporal de carregamento cuja resposta encontrada mais se aproxima da resposta característica. Completa-se a análise dinâmica da torre estaiada considerando os resultados da série característica como sendo os valores característicos representativos desta análise.

### 6.3.1 Vento médio e rajadas

A Figura 6.1 apresenta o clássico espectro de potência da componente longitudinal da velocidade do vento, determinado a 100m de altura por Van der Hoven (1957) e apresenta duas regiões distintas. A região macrometeorológica, onde os períodos das flutuações são superiores a uma hora, possui um pico anual, um pico centrado em torno de quatro dias, que corresponde ao movimento dos grandes sistemas de pressão, e um pico atenuado, correspondendo às variações diárias e semi-diárias. A região micrometeorológica apresenta as variações correspondentes às rajadas de vento, cujas mais importantes estão situadas entre 10 minutos e 1 segundo, apresentando um pico num período de aproximadamente 1 minuto.

Figura 6.1 – Espectro da velocidade longitudinal do vento (Van der Hoven, 1957).



Fonte: Os Autores (2026).

Entre estas duas regiões estende-se uma zona de pouca energia, centrada em cerca de meia hora, que permite uma distinção nítida entre o vento médio e as rajadas. Esta região intermediária de pouca energia justifica a adoção de um intervalo de tempo de referência, variando entre 10 minutos e 1 hora, para a determinação da velocidade média utilizada para fins de projeto estrutural. No entanto, a norma brasileira NBR6123, como várias outras normas internacionais, define convenientemente como referência intervalos de tempo muito curtos (2s a 5s). Para o intervalo de tempo de 3s, são definidos os valores de pico de velocidade (velocidade básica  $V_o$ ) na NBR6123.

Partindo desses valores de referência praticamente instantâneos, é possível determinar a velocidade média avaliada para um intervalo de tempo de, por exemplo, 10 minutos, conforme gráfico da Figura 6.2. Deste modo, é possível estabelecer uma razão entre a pressão de pico ( $t = 3$  segundos) e a pressão média ( $t$

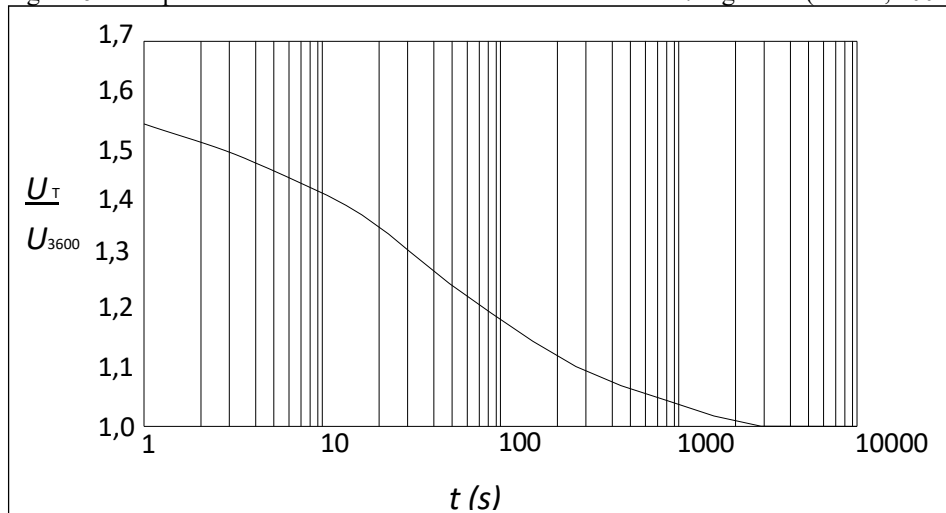
= 10 minutos), isto é, calcular a porcentagem entre a pressão média e a pressão máxima flutuante para o pico total de pressão. Portanto, a razão entre a pressão média e a pressão de pico será dada por:

$$\frac{p_{600}}{p_3} = \frac{1/2 \rho V_{600}^2}{1/2 \rho V_3^2} = \left(\frac{V_{600}}{V_3}\right)^2 = \left(\frac{1,035}{1,50}\right)^2 = (0,69)^2 = 0,48 \quad (6.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do ar,  $V_{600}$  a velocidade para o período de 600 segundos e  $V_3$  a velocidade de pico para o período de 3 segundos.

Portanto 48% da pressão total de pico representa o valor médio (constante) e 52% representam pressões flutuantes (rajadas).

Figura 6.2 – Equivalência entre vento horário e vento médio em  $t$  segundos (Menin, 2002).



Fonte: Os Autores (2026).

### 6.3.2 Espectro de velocidades flutuantes

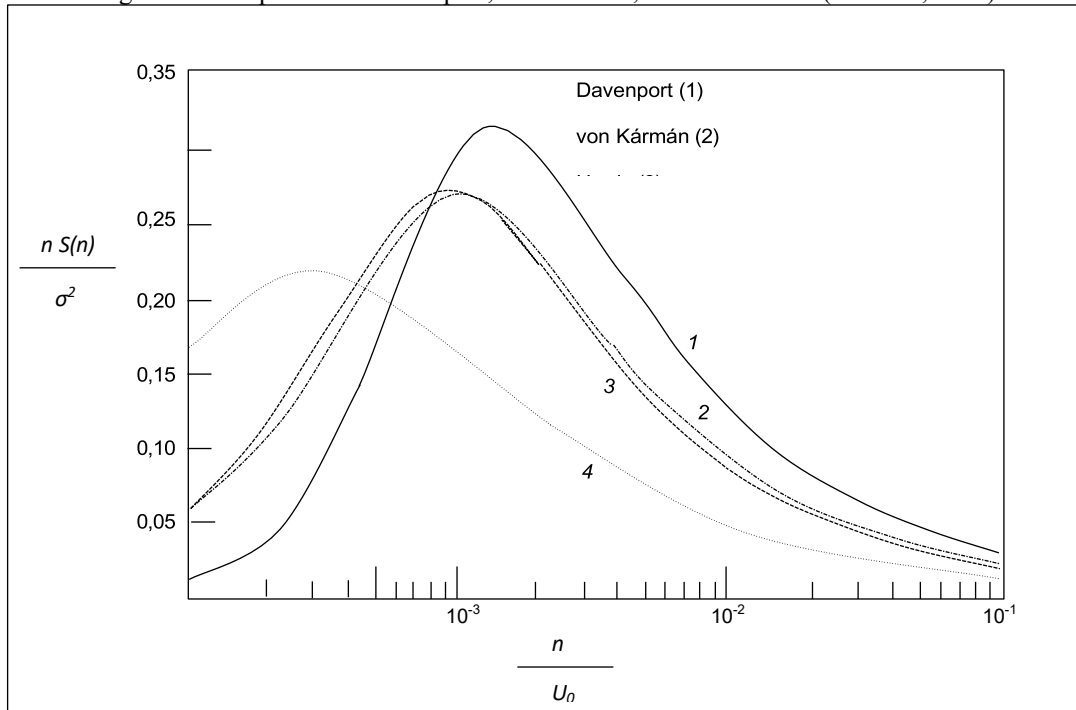
O espectro de potência, também chamado de densidade espectral de potência ou densidade espectral de variância, indica uma distribuição da energia cinética nas diversas faixas de frequências, ou ainda, define a energia contida nas rajadas em função da frequência. O espectro de potência para uma determinada frequência  $n$  é designado por  $S(n)$ , de modo que a integral  $S(n)dn$  no intervalo de  $-\infty$  a  $+\infty$  é numericamente igual à variância  $\sigma^2$ .

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S(n) dn \quad (6.2)$$

Para a representação do vento na engenharia estrutural, os espectros de potências mais utilizados

são os propostos por Kaimal, von Kármán, Harris e Davenport, mostrados na Figura 6.3. Nesta figura, a densidade espectral de potência é representada no eixo das ordenadas normalizada pela variância.

Figura 6.3 – Espectros de Davenport, von Kármán, Kaimal e Harris (Lazanha, 2003).



Fonte: Os Autores (2026).

Os espectros de potência apresentados na Figura 6.3 foram obtidos em função da frequência  $n$ , da velocidade média do vento  $U_0$  (a uma cota de 10m em terreno aberto e plano) e da chamada velocidade de fricção  $u^*$  (função da rugosidade do terreno). As expressões dos espectros de potência com seus respectivos autores são dadas a seguir:

Davenport:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = \frac{4 x^2}{(1 + x^2)^{4/3}} ; \quad x = \frac{1200 n}{U_0} \quad (6.3)$$

von Kármán:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = \frac{4 x}{(1 + 70,8 x^2)^{5/6}} ; \quad x = \frac{139 n}{U_0} \quad (6.4)$$

Harris:

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = \frac{4 x}{(2 + x^2)^{5/6}}; \quad x = \frac{1800 n}{U_0} \quad (6.5)$$

Kaimal:

$$\frac{n S(z, n)}{u_*^2} = \frac{200 x}{(1 + 50 x)^{5/3}}; \quad x = \frac{n z}{U_z} \quad (6.6)$$

Comparando a expressão de Kaimal com a de Davenport para vários valores de altura  $z$ , pode ser visto que na faixa de frequência acima de 0,1Hz, ou seja, na faixa onde se situa a frequência natural das edificações usualmente encontradas, a expressão de Davenport produz maiores valores espectrais que a de Kaimal para alturas até 100 metros. Assim, com o propósito de simplificar e trabalhar a favor da segurança, foi adotado neste trabalho o espectro proposto pelo *National Building Code of Canada* (1985), que consiste na expressão de Davenport ligeiramente modificada, conforme equação (6.7).

$$\frac{n S(n)}{u_*^2} = \frac{4 x^2}{(1 + x^2)^{4/3}}; \quad x = \frac{1220 n}{U_0} \quad (6.7)$$

onde  $U_0 = 0,69V_0$  representa a velocidade média sobre 10 minutos a 10 metros acima do terreno de categoria II.

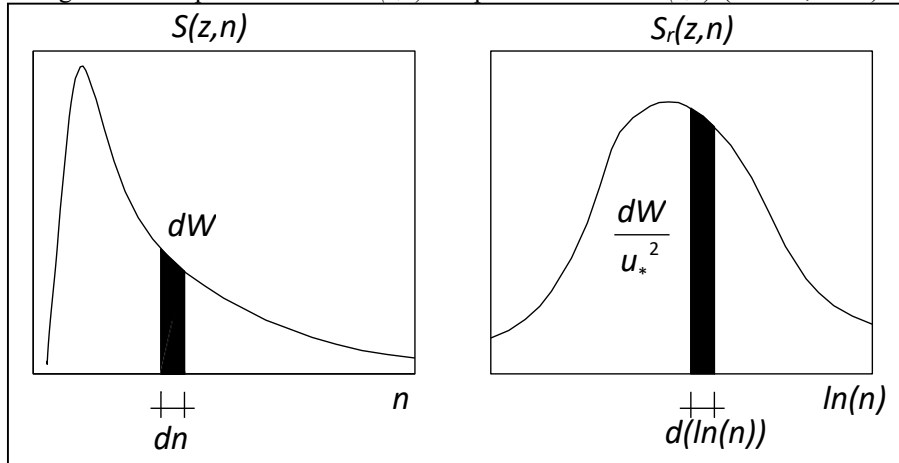
A potência elementar  $dW$  associada a certo intervalo elementar de frequência  $dn$  para certa altura  $z$  é dada pela seguinte expressão:

$$dW = S(z, n) dn \quad (6.8)$$

Quando da utilização de uma escala logarítmica de frequência, é mais conveniente trabalhar com um espectro reduzido  $S_r(z, n)$ , cujo gráfico é dado pela Figura 6.4:

$$S_r(z, n) d(\ln n) = \frac{n S(z, n)}{u_*^2} \cdot \frac{1}{n} dn = \frac{dW}{u_*^2} \quad (6.9)$$

Figura 6.4 - Espectro de vento  $S(z,n)$  e espectro reduzido  $S_r(z,n)$  (Franco, 1993).



Fonte: Os Autores (2026).

### 6.3.3 Espectro de pressões flutuantes

A hipótese usual, também adotada por Davenport (1963) e Simiu (1974), válida para baixa intensidade de turbulência, admite que o espectro de pressões flutuantes  $S_{p'}(z,n)$  pode ser escrito em função do espectro de velocidades.

$$S_{p'}(z,n) = (\rho c_{ar} U_z)^2 S(z,n) \quad (6.10)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do ar,  $c_{ar}$  o coeficiente aerodinâmico no ponto considerado e  $U_z$  a velocidade média na altura  $z$ .

Assim, pode-se assumir com suficiente precisão que:

$$S_{p'}(z,n) = P [S(z,n)]; \quad P = (\rho c U_z)^2 \quad (6.11)$$

significando que em todos os pontos da estrutura, o espectro de pressões flutuantes  $S_{p'}(z,n)$  pode ser considerado proporcional ao espectro de velocidades  $S(z,n)$ .

### 6.3.4 Decomposição da pressão flutuante

A pressão flutuante  $p'(t)$ , conforme a equação (6.1), em todos os pontos da estrutura corresponde a 52% da pressão total, constituindo um processo aleatório, estacionário, ergódico e gaussiano com média zero, podendo ser representada através de uma integral de Fourier:

$$p'(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(n) \cos[2\pi nt - \theta(n)] dn \quad (6.12)$$

onde:

$$C(n) = \sqrt{A^2(n) + B^2(n)} \quad (6.13)$$

$$\theta(n) = \tan^{-1} \left( \frac{B(n)}{A(n)} \right) \quad (6.14)$$

$$A(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} p'(t) \cos(2\pi nt) dt \quad (6.15)$$

$$B(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} p'(t) \sin(2\pi nt) dt \quad (6.16)$$

Admitindo-se que o processo aleatório seja ergódico, pode-se definir, entre outros, os seguintes parâmetros estatísticos:

Valor Médio da Pressão Flutuante:

$$\overline{p'(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p'(t) dt \quad (6.17)$$

Valor Quadrado Médio da Pressão Flutuante:

$$\overline{p'^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [p'(t)]^2 dt \quad (6.18)$$

Variância da Pressão Flutuante:

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [p'(t) - \overline{p'(t)}]^2 dt \quad (6.19)$$

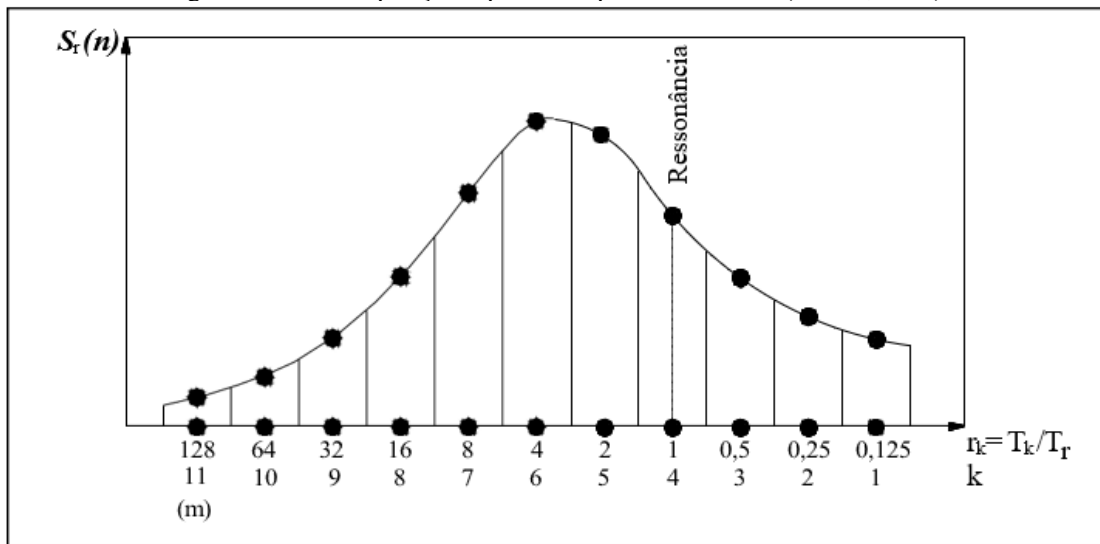
Como o processo tem média consequentemente a variância será igual ao valor quadrado médio

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [p'(t)]^2 dt = \overline{p'^2(t)} \quad (6.20)$$

Ao invés de utilizar um número infinito de funções harmônicas para representar  $p'(t)$ , uma simplificação adequada é a aproximação por um número finito de  $m$  funções harmônicas. As funções devem ser convenientemente escolhidas de modo que o intervalo de frequências adotado contenha o intervalo de interesse que vai de aproximadamente 600s a 0,5s ou menos, de modo a abranger pelos menos o período fundamental da estrutura.

Franco (1993) propôs o uso de no mínimo 11 funções harmônicas ( $m \geq 11$ ), de modo que o período  $T_r$  de uma delas coincida com o período fundamental da estrutura. Os períodos das outras funções harmônicas são obtidos como múltiplos ou submúltiplos do período fundamental. Em escala logarítmica, isso resulta em espaçamentos iguais entre as componentes, conforme pode ser visto na Figura 6.5.

Figura 6.5 – Decomposição espectral da pressão flutuante (Franco, 1993).



Fonte: Os Autores (2026).

Portanto, a equação (6.12) pode ser representada de forma adequada por:

$$p'(t) \cong \sum_{k=1}^m C_k \cos(2\pi n_k t - \theta_k) \quad (6.21)$$

ou, mudando-se a notação:

$$p'(t) \cong \sum_{k=1}^m C_k \cos\left(\frac{2\pi}{T_r r_k} t - \theta_k\right) \quad (6.22)$$

$$r_k = 2^{k-r} \quad (6.23)$$

O valor quadrado médio de  $p'(t)$ , mostrado na equação (6.20), definido em um intervalo de tempo  $T$  suficientemente longo ( $T \rightarrow \infty$ ), de modo a obter um valor representativo como média estatística, assume a forma:

$$\overline{p'^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [p'(t)]^2 dt \quad (6.24)$$

Lembrando que  $T$  é um intervalo suficientemente longo, a equação anterior resulta em:

$$\overline{p'^2(t)} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_2^2}{2} + \dots = \sum_{k=1}^m \frac{C_k^2}{2} \quad (6.25)$$

Como o valor quadrado médio é igual à variância, as equações (6.2) e (6.25) podem ser igualadas, obtendo-se:

$$\sum_{k=1}^m \frac{C_k^2}{2} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(n) dn \quad (6.26)$$

onde  $S(n)$  é a função de densidade espectral de  $p'(t)$  e  $S(n)dn$  representa a contribuição elementar associada ao intervalo de freqüência  $dn$ .

Portanto:

$$C_k = \sqrt{2 \int_{\frac{n_{k-1}+n_k}{2}}^{\frac{n_k+n_{k+1}}{2}} S(n) dn} \quad (6.27)$$

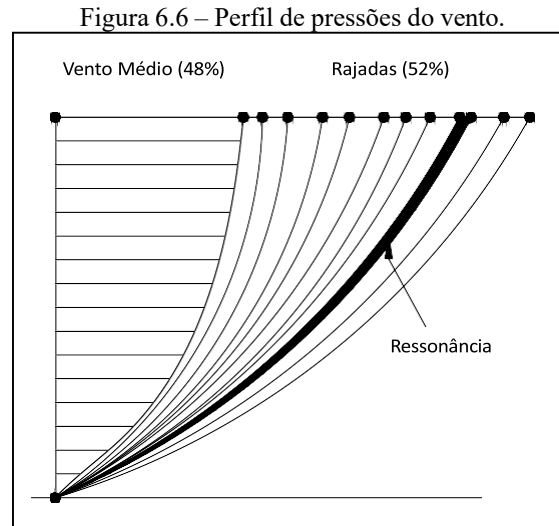
Os valores de  $C_k$  são calculados por integração da função de densidade espectral de potência sobre os  $m$  intervalos de freqüência escolhidos. Isto pode ser feito usando o espectro natural  $S(n)$  e a escala de freqüência natural como na equação (6.27), ou o espectro reduzido  $S_r(n)$  associado a uma escala logarítmica de freqüências.

Os coeficientes de amplitudes relativas ( $c_k$ ) das  $m$  funções harmônicas de  $p'(t)$  podem ser expressas pela relação entre as áreas de cada uma das faixas de freqüência ( $C_k$ ) e a área total do espectro por:

$$p'_k = \frac{C_k}{\sum_{k=1}^m C_k} p' = c_k p' \quad (6.28)$$

onde  $p'$  representa a componente flutuante do vento.

Os ângulos de fase são indeterminados e as  $m$  funções harmônicas serão superpostas de acordo com combinações aleatórias destes ângulos. A decomposição da pressão flutuante conforme a formulação acima pode ser vista na Figura 6.6.



Fonte: Os Autores (2026).

### 6.3.5 Correlação espacial de velocidades e pressões flutuantes

Na equação (6.29), as coordenadas verticais  $z_1$  e  $z_2$  e as coordenadas horizontais  $y_1$  e  $y_2$  são pertencentes a dois pontos da face da estrutura atingida pelo vento, cuja distância  $r$  é dada por:

$$r = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (6.29)$$

Para Davenport apud Simiu e Scanlan (1996), a correlação espacial das flutuações de velocidade entre os pontos 1 e 2 é dada pelo valor do coeficiente de correlação cruzada de banda estreita  $Coh(r, n_k)$ , que é obtido em função da frequência  $n_k$  da flutuação considerada e da distância  $r$ , conforme a seguinte expressão:

$$Coh(r, n_k) = \exp \left[ - \frac{n_k \sqrt{C_z^2 (z_2 - z_1)^2 + C_y^2 (y_2 - y_1)^2}}{U_0} \right] \quad (6.30)$$

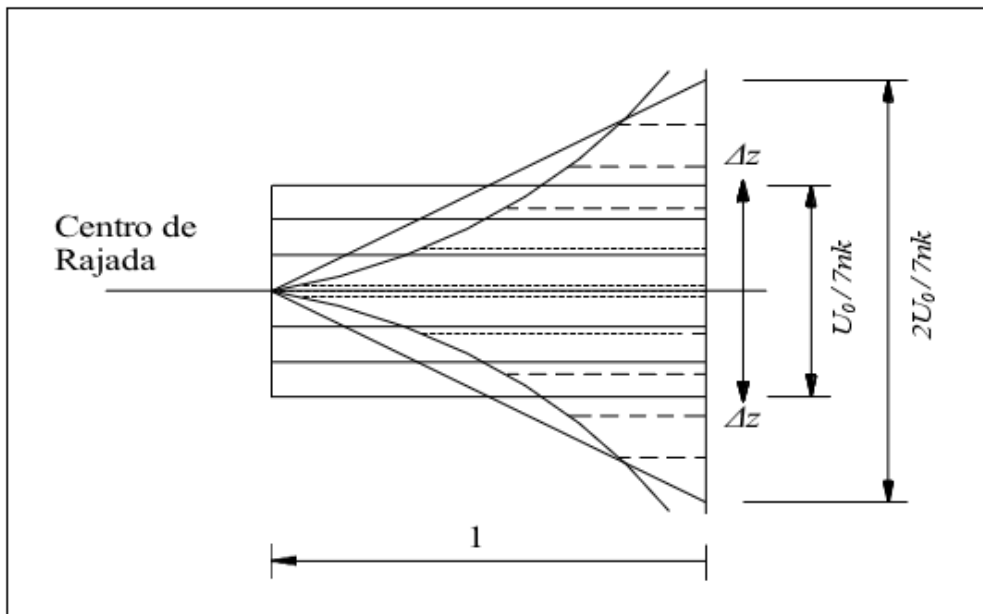
Em aplicações práticas,  $C_z$  varia de 7 a 10 e  $C_y$  de 12 a 16, sendo recomendado os valores de  $C_z = 7$  e  $C_y = 12$ . Como as torres estaiadas utilizadas para análise neste trabalho são estruturas predominantemente verticais, utiliza-se apenas a correlação vertical de velocidades, resultando em  $\Delta z = z_2 - z_1$ , assim:

$$\text{Coh}(\Delta z, n_k) = \exp\left(-\frac{7 \Delta z n_k}{U_0}\right) \quad (6.31)$$

Conforme a expressão anterior, pode ser observado que o coeficiente de correlação varia de 1 ( $\Delta z=0$ ) a 0 ( $\Delta z \rightarrow \infty$ ). Sua representação gráfica (Figura 6.7) sugere o conceito de dimensão da rajada, ou dos turbilhões, que significa uma dimensão de uma rajada perfeitamente correlacionada que induz o mesmo efeito sobre a estrutura. Essa equivalência é obtida com boa aproximação equacionando as resultantes das pressões  $p'$ , cujo coeficiente de correlação é:

$$\text{Coh}(p')(\Delta z, n_k) = \left[ \exp\left(-\frac{7 \Delta z n_k}{U_0}\right) \right]^2 = \exp\left(-\frac{14 \Delta z n_k}{U_0}\right) \quad (6.32)$$

Figura 6.7 – Correlação espacial de velocidades (Franco, 1993).



Fonte: Os Autores (2026).

Portanto, a altura da rajada equivalente ( $\Delta z_{ok}$ ) é determinada pela seguinte expressão:

$$\Delta z_{ok} = 2 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{14 \Delta z n_k}{U_0}\right) d(\Delta z) = \frac{U_0}{7 n_k} \quad (6.33)$$

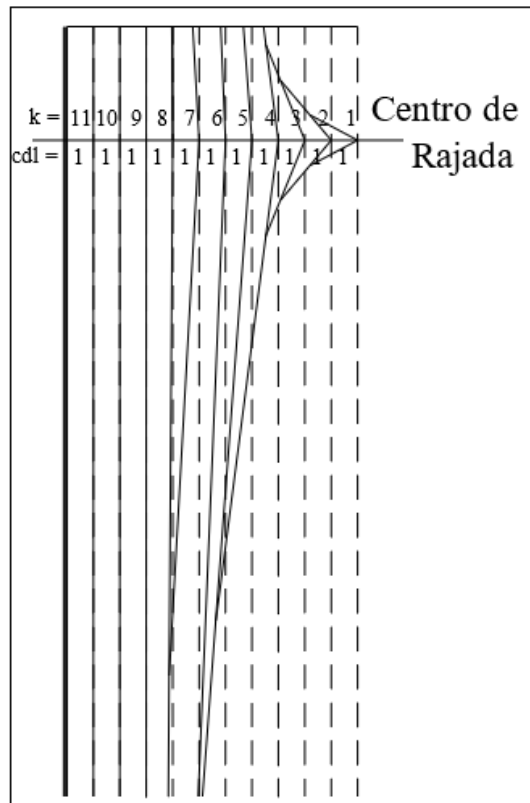
As considerações anteriores mostram que a rajada de freqüência  $n_k$ , cujo coeficiente de correlação é representado pela dupla curva exponencial, como mostra a Figura 6.7, pode ser aproximado pela rajada equivalente de altura  $\Delta z_{ok} = U_0/7n_k$ . Porém, neste trabalho, o coeficiente de correlação é aproximado pela

rajada definida por dois triângulos. Desta maneira, o coeficiente assume uma correlação linear decrescente de 1 a 0 em uma zona de comprimento total de  $2\Delta z_{ok} = 2U_o/7n_k$ , de modo que, quanto menor for a frequência da componente de pressão flutuante, maior será a altura da sua zona.

Nas aplicações do conceito de rajada equivalente, a posição do centro de rajada deve ser definida deterministicamente. Isto pode ser feito assumindo-se que as rajadas são estacionárias e calculando para cada uma das  $m$  funções harmônicas a posição que maximiza a resposta relevante na estrutura (deslocamentos ou esforços solicitantes). Na prática, porém, é suficiente supor que todas as rajadas possuem o mesmo centro sendo aplicadas na posição mais desfavorável da estrutura. Neste trabalho, adotou-se o centro de rajadas inicialmente a 85% da altura da torre.

As pressões flutuantes obtidas conforme a Figura 6.6 devem ser multiplicadas pelo coeficiente de decaimento linear da rajada, conforme Figura 6.8, cujo valor varia de 1 a 0.

Figura 6.8 – Coeficiente de decaimento linear da pressão flutuante ( $cdl$ ).



Fonte: Os Autores (2026).

### 6.3.6 Sistematização do método

Conforme descrito anteriormente, a pressão máxima no centro da rajada supostamente estacionária é a soma da componente constante  $\bar{p}$  que corresponde ao vento médio e da

componente flutuante  $p'$ . Esta última pode ser decomposta em  $m$  funções cossenoidais de amplitudes ( $c_k p'$ ), onde a soma dos coeficientes  $c_k$  é igual a 1.

Segundo Franco (1993), as seguintes condições devem ser observadas de modo a simplificar o método proposto: a)  $m \geq 11$ ; b) o período de uma das  $m$  funções deve coincidir com o período fundamental da estrutura; c) os períodos das outras funções devem ser múltiplos do período fundamental.

Para pontos situados acima ou abaixo do centro de rajada, as amplitudes das  $m$  funções harmônicas decrescem linearmente e eventualmente desaparecem. A natureza aleatória do processo fica caracterizada pela combinação aleatória dos ângulos de fase ( $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$ ), o que determina a defasagem entre as  $m$  funções harmônicas. Conseqüentemente, a força devida à pressão flutuante é dividida em  $m$  componentes harmônicas como segue:

$$F_{pr}(t) = F_a P_{pf} c_{dl} \sum_{k=1}^m [c_k \cos(\omega_k t - \theta_k)] \quad (6.34)$$

onde:

$F_a$  : força de arrasto determinada na análise estática;

$P_{pf}$  : porcentagem da parcela flutuante (0,52);

$c_{dl}$  : coeficiente de decaimento linear no ponto ( $0 \leq c_{dl} \leq 1$ );

$c_k$  : coeficiente de amplitude relativa.

A estrutura é então excitada com várias séries temporais constituídas pelas  $m$  funções com ângulos de fase aleatórios.

O valor máximo da coordenada generalizada relevante (que para este trabalho será o deslocamento do topo da estrutura na direção do vento) será determinado em cada caso.

O valor característico da resposta associada a esta coordenada será determinado por meio de uma análise estatística assumindo a distribuição de extremos do Tipo I (Gumbel) com 5% de possibilidade de ser superada. Para este trabalho foram realizadas 20 séries de carregamento no domínio do tempo, utilizando-se para o cálculo da resposta estrutural o processo de integração direta de Newmark para um tempo máximo de 600 segundos.

## 6.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Obtidas as respostas máximas da análise dinâmica para cada série de carregamento, necessita-se determinar um valor característico que corresponde a um índice de probabilidade de ocorrência de 95%, o qual limita em apenas 5% a probabilidade deste valor ser superado.

Para esta pesquisa, utilizou-se a distribuição de extremos de Gumbel, também denominada de Tipo I (máximos), admitindo-se uma curva exponencial dupla ( $w$ ) para a distribuição de probabilidades, de onde vem a expressão:

$$w = -\ln[-\ln(p)] \quad (6.35)$$

Esta distribuição é caracterizada pela medida de dispersão  $\hat{\alpha}$  e pela moda  $\bar{x}$ , sendo  $\gamma$ ,  $\mu$  e  $\sigma$  respectivamente a constante de Euler, a média e o desvio padrão. Assim:

$$\bar{\alpha} = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{6}} \quad (6.36)$$

O valor característico desejado ( $x_c$ ) pode então ser encontrado após definida uma probabilidade  $p$  de ocorrência (igual a 0,95 neste trabalho) pela seguinte expressão:

## 7 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

### 7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para a obtenção dos resultados das análises, os programas computacionais utilizados nesta pesquisa foram desenvolvidos por Menin (2002) em linguagem Pascal, dentre eles: Gerador de Torres Estaiadas Quadradas (GTEQ), Análise Estática de Torres Estaiadas Quadradas (AETEQ), Análise Modal (FMVTEQ), Análise Dinâmica de Torres Estaiadas (ADTEQ). Além de um programa desenvolvido por Guimarães (2000) em Fortran, para o cálculo das amplitudes das forças que constituem a parcela flutuante do vento (RAJADA).

Os programas utilizam as três formulações matemáticas para modelos de análise linear e não-linear empregados para elementos finitos de dois nós (cabos e treliças). As rotinas permitem a geração da geometria de torres estaiadas, a análise devido às ações estática e dinâmica do vento, o cálculo das frequências e modos naturais de vibração e a obtenção dos esforços e dimensionamento dos perfis estruturais.

Para um melhor entendimento do programas computacionais, as seções seguintes apresentam uma breve descrição das rotinas na forma de fluxogramas. Maiores informações dos programas podem ser vistos em Menin (2002). As análises realizadas no programa SAP2000 são descritas no Apêndice I.

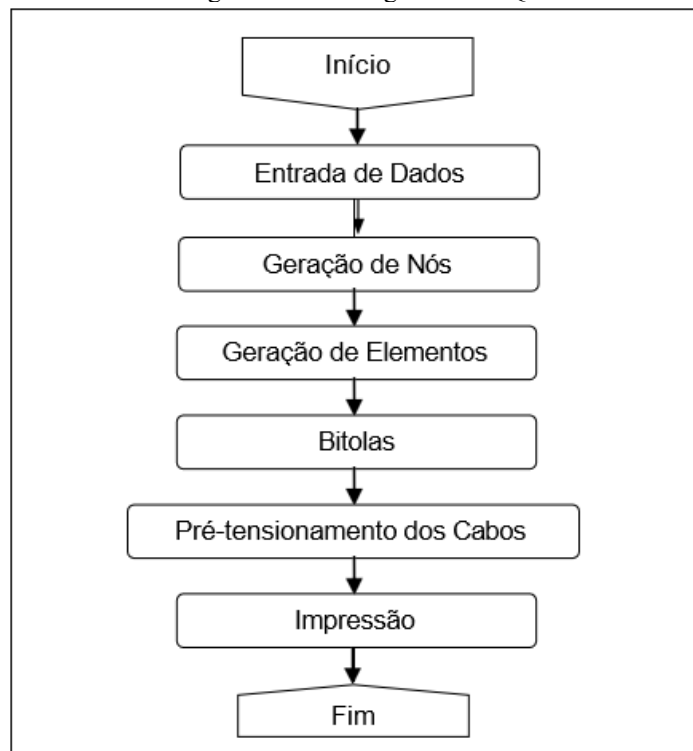
### 7.2 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

#### 7.2.1 Programa gerador de torres estaiadas quadradas (GTEQ)

O programa GTEQ é responsável pela geração da geometria de torres estaiadas com seção transversal quadrada. O programa fornece automaticamente os nós e conectividades dos elementos, restrições nodais, bitolas de cabos e perfis estruturais, pré-tensionamento nos elementos de cabo, assim como propriedades mecânicas e parâmetros de vento em formato compatível para o programa de análise estática (AETEQ). A visualização da estrutura é feita posteriormente no programa Autocad através de um arquivo em formato *script*.

A Figura 7.1 apresenta o fluxograma das rotinas do programa GTEQ.

Figura 7.1 – Fluxograma GTEQ.



Fonte: Os Autores (2026).

### 7.2.2 Programa de análise estática de torres estaiadas quadradas (AETEIQ)

O programa de análise estática AETEIQ permite a realização de dois tipos de análise, conforme descritos abaixo:

- análise estática sem vento (análise 1): utilizada para determinação das forças de pré-tensionamento dos cabos, que devem ser de aproximadamente 10% da capacidade resistente nominal do cabo, admitindo-se valores entre os limites de 8% e 15%, conforme a norma canadense de torres CSA S37-94;
- análise estática com vento (análise 2): utilizada para determinação das tensões, deformações e deslocamentos nos elementos de cabo ou barra que compõem a torre, quando a mesma é submetida ao carregamento de vento proposto na NBR6123.

O programa permite a utilização de três modelos matemáticos distintos para discretizar os elementos de cabo e barra da torre: 1 – modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991); 2 – modelo linear para cabo tensionado (Pulino, 1998); e 3 – modelo não-linear para cabo tensionado (Pulino, 1991) e linear clássico de treliça espacial (Gere e Weaver, 1987).

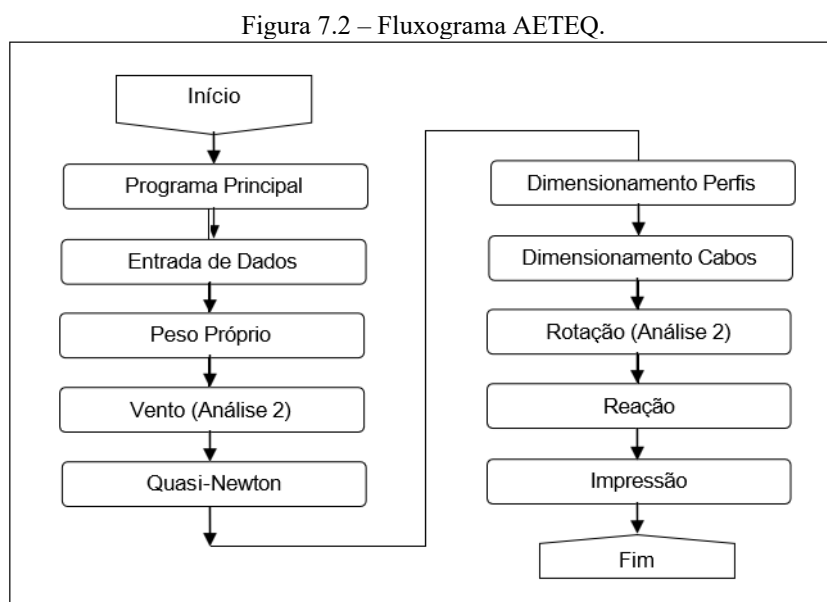
A posição de equilíbrio estático da estrutura é determinada através da minimização da Energia Potencial Total do sistema, utilizando um algoritmo do tipo Quasi-Newton, verificando-se posteriormente o dimensionamento dos elementos de barra, conforme critério das Tensões Admissíveis (AISC), e dos elementos de cabo conforme a norma americana de cabos estruturais (ASCE 19-96). Por último, o programa

verifica a deflexão máxima da antena superior da torre, conforme definido no procedimento Telebrás, como também realiza o cálculo das reações de apoio do mastro e das fundações laterais para ancoragem de cabos.

As propriedades geométrica e mecânica dos elementos de cabo e de barra (perfil) são obtidas diretamente de um banco de dados de cabos (cabo.aco) e de um banco de dados de perfis (perfil.aco).

O programa de análise estática AETEQ trabalha com eixos ortogonais  $x$ ,  $y$  e  $z$  pré-definidos, de modo que o eixo  $y$  compreende sempre o eixo vertical da estrutura, enquanto os eixos  $x$  e  $z$  definem o plano horizontal no qual se situam as barras horizontais e de travamento interno. O carregamento do vento foi admitido como agindo na face frontal da torre (ângulo de incidência  $0^\circ$ ) e atuando sempre na direção positiva do eixo horizontal  $z$ .

A Figura 7.2 apresenta o fluxograma das rotinas do programa AETEQ.



Fonte: Os Autores (2026).

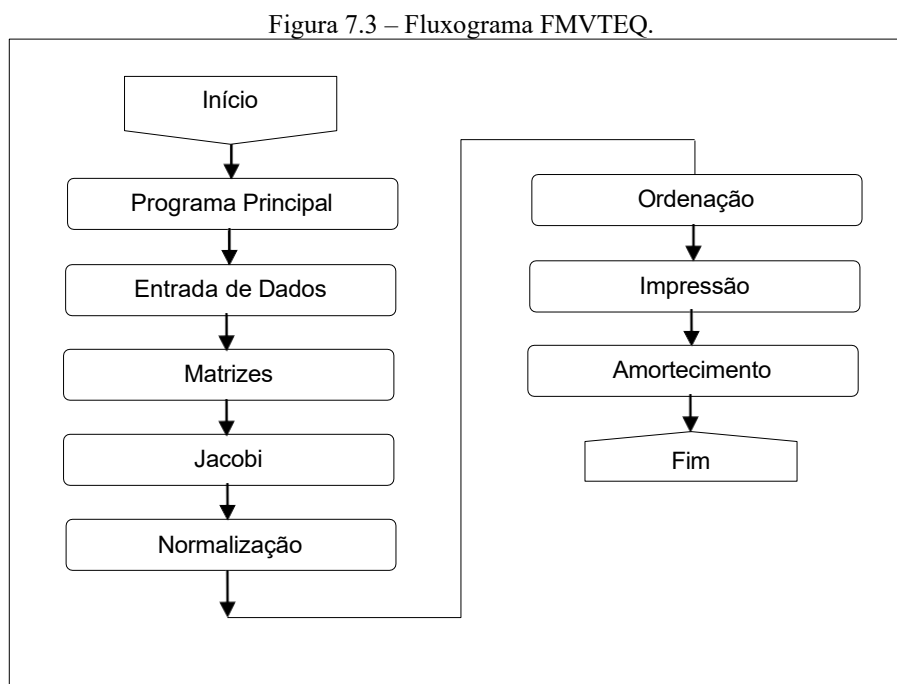
### 7.2.3 Programa de análise modal de torres estaiadas quadradas (FMVTEQ)

O programa FMVTEQ (Frequências e Modos de Vibração de Torres Estaiadas Quadradas) permite o cálculo dos autovalores e os autovetores da estrutura e com isso possibilita a determinação das frequências naturais como também os modos de vibração correspondentes. O cálculo é desenvolvido para um estado de pequenas oscilações em torno de uma configuração de equilíbrio estático estável da estrutura.

No programa foi utilizado o modelo não-linear de cabo tensionado no espaço (Pulino, 1991), no qual a segunda derivada da função energia potencial total é descrita pela matriz Hessiana. As propriedades geométricas e mecânicas dos elementos de cabo e de treliça são obtidas diretamente de um banco de dados de cabos (cabo.aco) e de perfis (perfil.aco). Para a resolução do problema de autovalores e autovetores, utilizou-se um algoritmo do tipo Jacobi Generalizado.

O programa calcula ainda a matriz de amortecimento da estrutura e imprime no arquivo de saída *mdamp<sub>n</sub>.tmp*, utilizado posteriormente como arquivo de entrada do programa de análise dinâmica (ADTEQ).

O fluxograma das rotinas do programa FMVTEQ é apresentado na Figura 7.3.



Fonte: Os Autores (2026).

#### 7.2.4 Programa de análise dinâmica de torres estaiadas quadradas (ADTEQ)

O programa ADTEQ realiza a análise dinâmica de torres metálicas estaiadas de seção transversal quadrada através do método de Monte Carlo, submetendo-se estas estruturas simultaneamente à parcela do carregamento estático do vento, definido como 48% das cargas calculadas no programa AETEQ, e à parcela correspondente a 52% do carregamento flutuante obtido pelo programa RAJADA.

O programa RAJADA calcula apenas as amplitudes das forças decorrentes das parcelas flutuantes do vento em função do espectro de potência de Davenport (1963). Por outro lado, o programa ADTEQ calcula as variações da força ao longo do tempo, que são obtidas em função dos ângulos de defasagem ( $\theta_k$ ) e das frequências circulares ( $\omega_k$ ) de cada uma das  $m$  funções harmônicas (ver equação 6.34).

Neste trabalho, foram realizadas 20 séries de carregamento considerando o tempo máximo de duração de incidência da rajada igual a 600s. Cada série de carregamento possui  $m$  funções harmônicas e os respectivos ângulos de defasagem gerados aleatoriamente.

No programa ADTEQ, foi utilizado o modelo matemático não-linear para cabo tensionado no espaço (Pulino, 1991) na discretização dos elementos da torre estaiada.

Para o cálculo da resposta dinâmica na direção do vento, o programa ADTEQ utiliza o método de

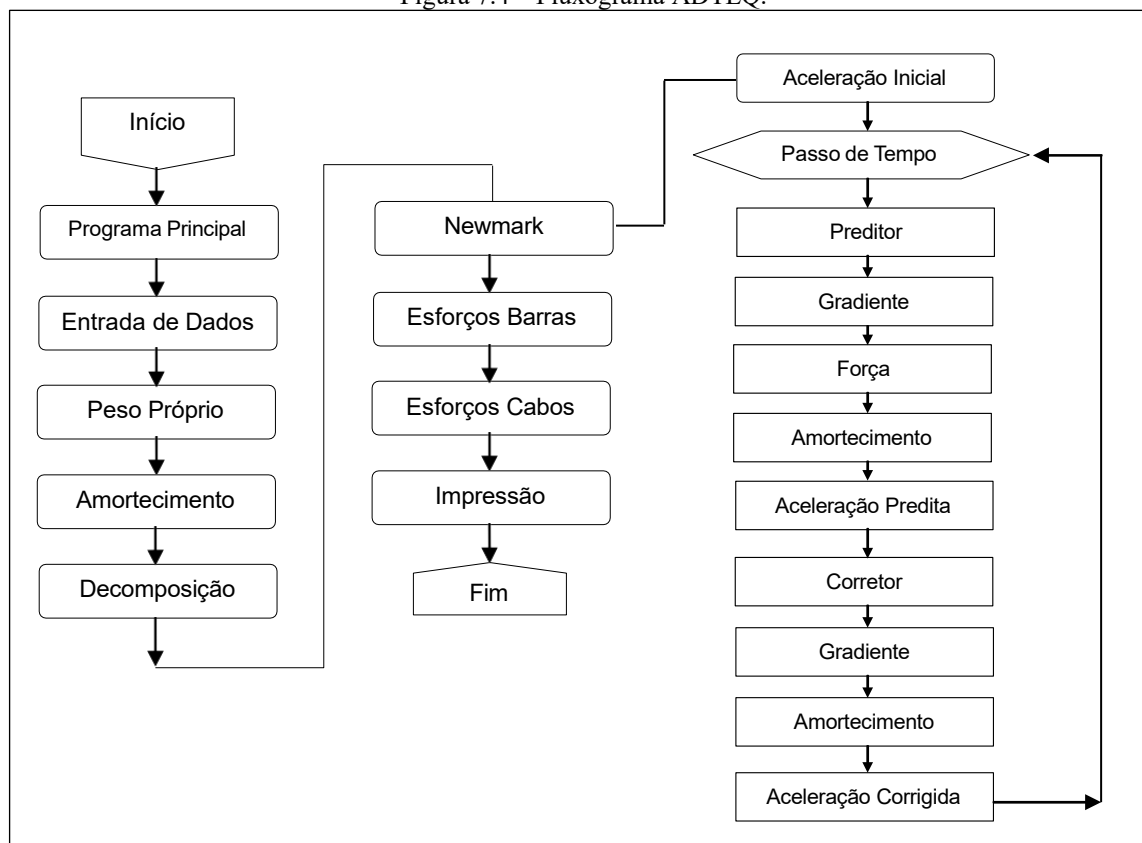
integração direta de Newmark (1959), admitindo-se aceleração média constante no passo de tempo ( $\Delta t$ ) igual a um quinto do menor período natural de vibração da torre.

Os arquivos de entrada de dados e de saída de resultados, para análise dinâmica, são descritos abaixo conforme a altura da torre estaiada ( $n$ ) e a série de carregamento ( $i$ ): *t<sub>n</sub>b<sub>i</sub>.dat*: arquivo de entrada composto por número de nós e elementos, coordenadas nodais, conectividade e restrições nodais gerados pelo programa GTEQ; carregamentos estáticos nodais obtidos no programa AETEQ; ângulos de defasagem aleatórios, freqüências circulares e amplitude do carregamento nodal das forças flutuantes obtidos no programa RAJADA. O arquivo contém ainda o passo de tempo ( $\Delta t$ ) e o tempo máximo utilizados no método de integração numérica de Newmark;

- *t<sub>n</sub>b<sub>i</sub>.out*: arquivo de saída que fornece o valor do deslocamento máximo no topo da torre estaiada como também os esforços máximos atuantes nos elementos de cabo e de barra;
- *des<sub>n</sub>ve48.dat*: arquivo de entrada de dados contendo os deslocamentos prescritos correspondentes a 48% do carregamento de vento, gerado automaticamente pelo programa de análise estática AETEQ;
- *mdamp<sub>n</sub>.tmp*: arquivo de entrada onde consta a matriz de amortecimento gerada automaticamente pelo programa FMVTEQ;
- *t<sub>n</sub>b<sub>i</sub>.res*: este arquivo imprime os deslocamentos na direção do vento e os respectivos tempos de ocorrência, correspondentes ao nó situado no topo da estrutura;
- *t<sub>n</sub>b<sub>i</sub>.txt*: este arquivo é gerado caso ocorra esforços axiais de compressão nos elementos de cabo da torre ao longo do tempo máximo adotado.

O fluxograma do programa ADTEQ é apresentado na Figura 7.4.

Figura 7.4 – Fluxograma ADTEQ.



Fonte: Os Autores (2026).

### 7.2.5 Programa para determinação de amplitude de rajadas (RAJADA)

O programa RAJADA determina a amplitude dos carregamentos proveniente das componentes flutuantes do vento (rajadas). Estes carregamentos são aplicados aos nós de topo de cada módulo da torre estaiada através do procedimento apresentado na seção 6.3.6.

Conforme Guimarães (2000), o programa utiliza um arquivo de entrada de dados chamado *rajada<sub>i</sub>.dat*, onde são fornecidas as seguintes informações relativas à série de carregamento considerada:

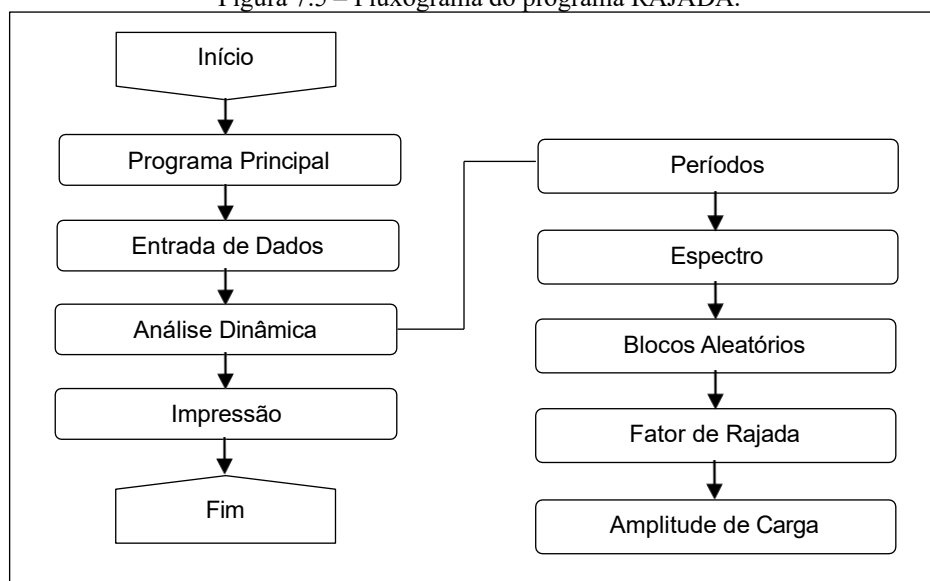
- Nome da estrutura;
- Velocidade básica do vento  $V_0$ ;
- Porcentagem de pressões flutuantes (0,52);
- Quantidade de módulos da torre;
- Cota superior de cada módulo e as respectivas forças de arrasto obtidas da análise estática sem decomposição horizontal;
- Distribuição dos períodos no intervalo de tempo de 0,1s a 600s, de modo a limitar a decomposição das  $m$  funções harmônicas;
- Valor do período fundamental da estrutura;
- Parâmetros do espectro modificado de Davenport conforme Equação (6.7);

- Número de divisões para integração através do método de Simpson (adotado 64 divisões);
- Altura do centro de rajada situada na cota superior do módulo correspondente a 0,85 da altura da torre estaiada;
- Quantidade de conjuntos de ângulos de fase aleatórios a serem gerados (adotado 20);

Fator de divisão (adotado 2) para o cálculo dos múltiplos e submúltiplos do período fundamental, utilizado na decomposição espectral da pressão flutuante conforme Figura 6.5.

O fluxograma do programa RAJADA é apresentado na Figura 7.5.

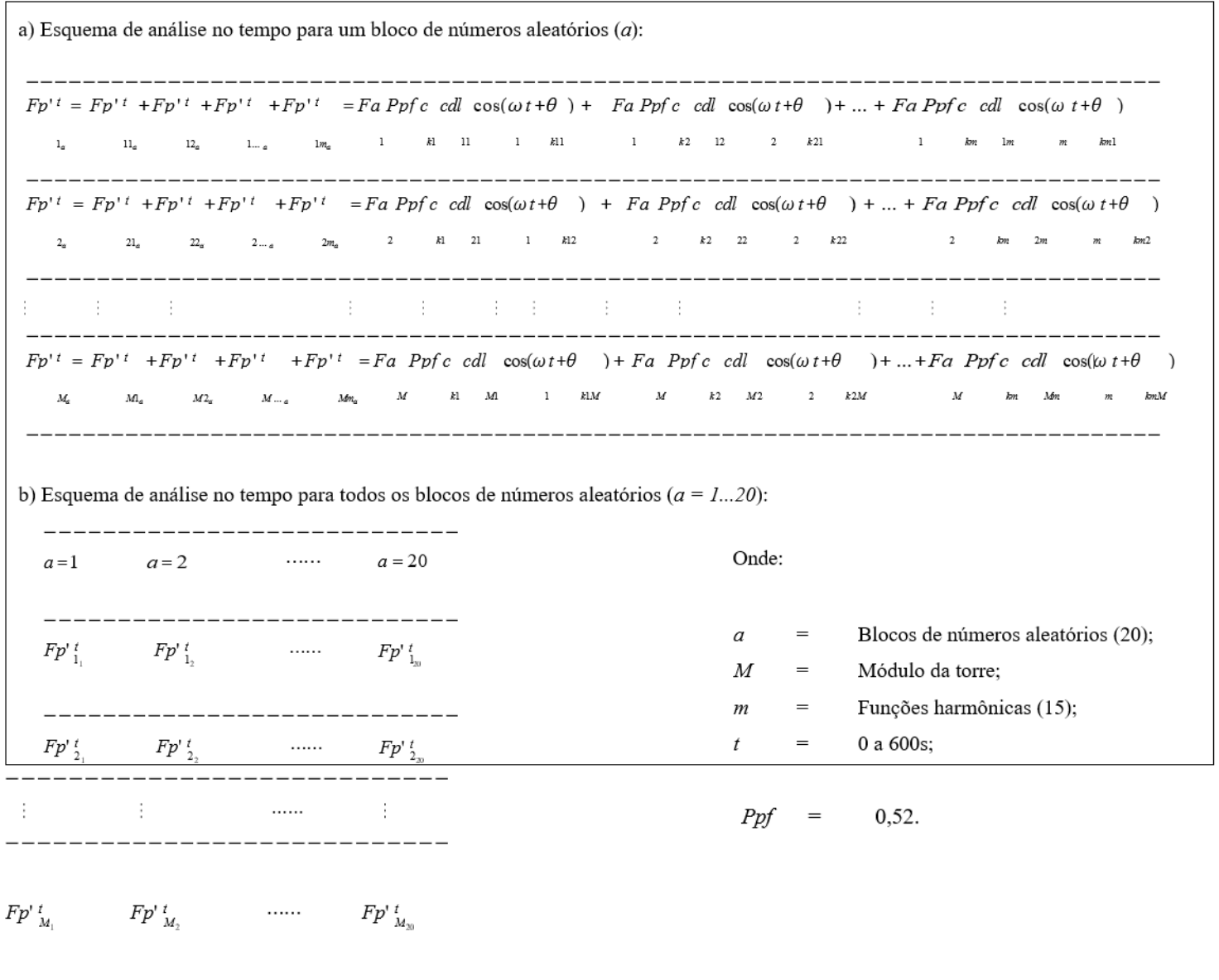
Figura 7.5 – Fluxograma do programa RAJADA.



Fonte: Os Autores (2026).

O procedimento de combinação dos efeitos das  $m$  funções harmônicas, considerando a variação no tempo das amplitudes das forças provenientes da componente flutuante de vento (rajadas), é ilustrado esquematicamente na Figura 7.6.

Figura 7.6 – Esquema de incidência de cargas flutuantes (modificado – Guimarães, 2000).



Fonte: Os Autores (2026).

### 7.3 PROGRAMA SAP2000

De modo a comparar e avaliar a precisão dos resultados obtidos pelos programas de análise estática, modal e dinâmica anteriormente apresentados, utilizou-se neste trabalho o programa comercial SAP2000 *Advanced* v.10.0.1 para o estudo do comportamento de torres estaiadas submetidas ao carregamento do vento.

No programa SAP2000 *Advanced*, são empregadas técnicas de discretização de estruturas via método dos elementos finitos, permitindo-se a modelagem por elementos de barra (*frame*), elementos de área (*shell*) e elementos sólidos (*solid*), além de incluir nesta versão os elementos finitos de cabo (*cable*).

O programa permite a análise do comportamento estático e dinâmico de pontes, torres, edifícios, estádios, barragens, entre outros, considerando efeitos de não-linearidade material e geométrica. A análise

ao longo do tempo (*time-history*) pode ser realizada por superposição modal ou integração numérica. Dentre os métodos de integração numérica do programa SAP2000, citamos o da aceleração média constante de Newmark.

Conforme exposto anteriormente e devido à disponibilidade de material de consulta de pesquisas passadas, este trabalho utilizou o programa SAP2000 como ferramenta computacional para o estudo de torres metálicas estaiadas.

No Apêndice I são apresentados os procedimentos realizados no programa SAP2000 para análise estática, modal e dinâmica de torres estaiadas submetidas ao carregamento do vento.

### 7.3.1 Comentários a respeito do programa SAP2000

Após a análise do comportamento de torres metálicas estaiadas no SAP2000 *Advanced* v.10.0.1, apesar do programa apresentar versatilidade de operação e obtenção de resultados, foram constatadas algumas limitações que são destacadas a seguir:

A análise dinâmica não-linear por integração direta de Newmark, para um tempo máximo de 600s da equação de movimento, mostrou-se limitada devido às dimensões dos arquivos (extensão \*.Y00 a \*.Y06), na ordem de 2GB (*Gigabytes*) cada um, gerados pelo programa SAP2000. Os arquivos exportados durante esta análise não apresentam descrição nos manuais de referência o que não permitiu compreender a utilização dentro do programa. Para esta situação, considerou-se um tempo máximo de 60s de modo a capturar a resposta máxima do deslocamento do nó de topo da torre estaiada. O tempo máximo adotado para 60s corresponde ao valor de tempo da série característica de carregamento de número 18 obtida da análise estatística de Gumbel.

- a) A escolha do passo de tempo ( $\Delta t$ ) utilizado para a análise dinâmica, conforme a equação (I.2), tornou-se condicionada ao tamanho dos arquivos de cargas flutuantes (*FCSF<sub>k</sub>.txt*). Como exemplo desta situação, para um valor de passo de tempo ( $\Delta t$ ) menor que 0,001 segundos, o programa SAP2000 não executa a leitura dos arquivos de carga flutuantes devido à dimensão dos mesmos, ocasionando posteriormente a paralisação.
- b) Com a finalidade de igualar o valor do passo de tempo, utilizado para a geração dos arquivos de cargas flutuantes, com o adotado para o bloco de definição da análise dinâmica, foi constatada a limitação para o par de valores NSTEP (*number of output time steps*) e DT (*output time step size*), especificados conforme Figuras I.11. A limitação para o par de valores foi de 80000 / 0,0075, respectivamente, verificando-se que valores superiores a estes geram mensagens de erro pelo programa seguido de sua paralisação. Porém, após análise dos deslocamentos da estrutura, utilizando-se o par de valores 30000 / 0,002 os resultados em

termos de deslocamentos não apresentaram variações significativas. Estes últimos foram adotados na análise dinâmica conforme especificado na interface gráfica da Figura I.11.

## 8 APLICAÇÕES E RESULTADOS

### 8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Com o propósito de ilustrar a aplicação dos programas computacionais desenvolvidos por Menin (2002), foram efetuadas análises referentes aos comportamentos estático, modal e dinâmico de cinco torres treliçadas estaiadas de seção quadrada com alturas de 10, 30, 50, 70 e 90 metros. Para avaliar a eficiência dos programas computacionais e a precisão das respostas obtidas destes, realizou-se uma análise comparativa com os resultados obtidos do programa SAP2000 *Advanced* v.10.0.1.

Inicialmente, é apresentada a análise estática das cinco torres estaiadas submetidas ao carregamento do vento, seguindo as diretrizes da norma NBR6123. Nesta análise, foram abordados também os efeitos referentes à variação dos esforços de pré-tensionamento iniciais devido à situação de um eventual rompimento de um elemento de cabo na torre estaiada de 50 metros.

Após a análise estática, procedeu-se a análise modal das cinco torres estaiadas levando-se em conta a determinação das frequências para os dez primeiros modos de vibração. Procedeu-se também a análise da variação das frequências naturais de vibração da torre estaiada de 50 metros para o caso da ruptura de um elemento de cabo.

O comportamento dinâmico foi analisado para a torre estaiada de 30m de altura, utilizando-se o método de Monte de Carlo para a simulação da parcela flutuante do carregamento do vento no tempo máximo de 600s. Por fim, avaliou-se a resposta dinâmica na direção do carregamento de vento da torre estaiada de 90 metros na ocorrência de ruptura repentina de elemento de cabo para o tempo máximo de 80 segundos.

### 8.2 ANÁLISE ESTÁTICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS

As torres estaiadas utilizadas nesta análise constituem estruturas treliçadas de seção transversal quadrada. A estrutura principal utiliza perfis laminados do tipo cantoneira de abas iguais devidamente unidas por parafusos. As bitolas das barras utilizadas para o mastro central de cada torre estaiada bem como suas características dimensionais são apresentadas nos Apêndices A e B. Os cabos utilizados são do tipo EHS (*Extra High Strength*) compostos por sete fios de aço, sendo discretizados nas torres estaiadas somente como um elemento ao longo do seu comprimento. As características mecânicas dos cabos de aço são apresentadas conforme Apêndice A.

As dimensões geométricas das torres estaiadas com suas respectivas silhuetas estão descritas no Apêndice C. Informações adicionais das torres estaiadas são apresentadas na Tabela 8.1 seguinte.

Tabela 8.1 – Características das torres estaiadas.

Descrição	Torre estaiadas				
	10m	30m	50m	70m	90m
Nº. de Nós	172	252	416	584	624
Elementos de Barra	504	748	1236	1740	1862
Elementos de Cabo	16	16	28	40	44
Dispositivos Anti-torção	1	1	1	2	2
Nº. de Seções por Módulo	10	10	10	10	10
Comprimento da Seção (cm)	25	50	50	50	60
Nº. de Módulos	4	6	10	14	15
Comprimento do Módulo (cm)	250	500	500	500	600
Vão Livre no Topo da Torre (cm)	75	150	150	150	180
Vão Livre entre Cabos (cm)	300	850	800	850	960
Seção Transversal (cm)	40	50	50	70	70
Capacidade Resistente Nominal Cabos (kN)	30,20	50,80	50,80	69,90	94,40
Diâmetro dos Cabos	1/4"	5/16"	5/16"	3/8"	7/16"
Categoria dos Cabos	EHS	EHS	EHS	EHS	EHS

Fonte: Os Autores (2026).

Na análise estática das torres estaiadas, a simulação do carregamento do vento foi determinada a partir dos parâmetros definidos na NBR6123, entre eles: velocidade básica do vento igual a 45m/s; fator topográfico  $S_I$  igual a 1,0 e o fator estatístico  $S_3$ , para o caso de torres de telecomunicações, é considerado igual a 1,1. As variações de temperatura ( $\Delta T$ ) nos elementos de cabo e barra das torres estaiadas não foram consideradas nesta análise, como também para as análises dinâmica e modal.

Esta seção apresenta os resultados das análises estáticas realizadas para as torres estaiadas de 10, 30, 50, 70 e 90 metros de altura. Os resultados foram obtidos através do programa de análise estática AETEQ, com base na formulação linear de cabo tensionado, e compreendem a avaliação dos deslocamentos de topo, reações de apoio e esforços axiais máximos dos montantes da base das torres estaiadas.

No programa computacional AETEQ, a utilização da formulação linear para cabo tensionado conduziu a resultados em termos de deslocamentos nodais, reações de apoio e esforços nos elementos de cabo e treliça muito próximos a formulação do modelo não-linear. Esta investigação foi realizada em detalhes por Menin (2002) e a partir dessa conclusão procedeu-se neste trabalho a análise estática das torres estaiadas utilizando o modelo linear.

No programa AETEQ, apesar das exigências da norma NBR6123 para a consideração da ação estática do vento com ângulos de incidência ( $\alpha$ ) iguais a 0° e 45° da face de barlavento da torre, ressalta-se que neste trabalho foi adotado somente o ângulo de incidência igual a 0° (carregamento perpendicular a uma das faces). A razão deste procedimento foi devido à limitação do tempo, neste trabalho, destinado à análise dos resultados gerados com o carregamento do vento a 45° da face das estruturas.

A Tabela 8.2 apresenta inicialmente um resumo dos deslocamentos na direção do carregamento do vento tomando como referência os quatro nós situados no topo das torres estaiadas. Para a análise estática linear, as cargas atuantes nestas estruturas foram: peso próprio (PP), tensionamento dos cabos (DEF) e o carregamento do vento (CV), sendo consideradas como cargas nominais. Ainda na mesma tabela, é apresentada uma comparação dos deslocamentos nodais, obtidos através do programa AETEQ, com os do programa SAP2000.

Tabela 8.2 – Comparação entre deslocamentos nodais no topo das torres estaiadas.

Nó	Deslocamentos nodais de topo (cm)									
	10m		30m		50m		70m		90m	
	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP	AETEQ	SAP
1	0,4356	0,4406	2,6830	2,6848	5,3074	5,3130	9,4337	9,4629	9,4914	9,5031
2	0,4399	0,4448	2,6889	2,6905	5,3255	5,3309	9,4395	9,4684	9,5066	9,5180
3	0,4403	0,4449	2,6897	2,6906	5,3264	5,3311	9,4409	9,4686	9,5082	9,5182
4	0,4353	0,4400	2,6822	2,6834	5,3065	5,3113	9,4323	9,4604	9,4898	9,5001

Fonte: Os Autores (2026).

Da Tabela 8.2, observa-se que os valores dos deslocamentos dos nós de topo não apresentaram diferenças significativas entre os programas AETEQ e SAP2000 utilizados para esta análise. A variação de resultados entre os dois programas não ultrapassou 1%, mostrando-se satisfatória.

Devido ao grande número de elementos de barra das torres estaiadas, na Tabela 8.3 são apresentados somente os esforços axiais máximos para os montantes (M) localizados na base destas estruturas.

Tabela 8.3 – Esforços axiais nos montantes da base das torres estaiadas.

Torre	Montantes da base	AETEQ	SAP2000	Diferença
		Esforço (kN)	Esforço (kN)	
10m	481	-6,09751	-6,07767	0,33%
	482	-6,44483	-6,39315	0,81%
	483	-13,23699	-13,26850	0,24%
	484	-12,92826	-12,92379	0,03%
30m	725	-4,37667	-4,35033	0,61%
	726	-6,01792	-5,99745	0,34%
	727	-35,28692	-35,33454	0,13%
	728	-33,64566	-33,64946	0,01%
50m	1213	-30,16520	-30,16202	0,01%
	1214	-31,31336	-31,22673	0,28%
	1215	-55,84216	-55,82690	0,03%
	1216	-54,79838	-54,71385	0,15%
70m	1701	-55,23928	-55,14721	0,17%
	1702	-56,81755	-56,72412	0,16%
	1703	-109,77712	-109,76583	0,01%
	1704	-108,02349	-108,02770	0,00%
90m	1823	-74,97930	-74,98547	0,01%
	1824	-77,43398	-77,27032	0,21%
	1825	-135,67683	-135,69060	0,01%
	1826	-133,22215	-133,21746	0,00%

Fonte: Os Autores (2026).

Conforme os resultados da Tabela 8.3, pode-se observar que os valores gerados pelo programa de análise estática AETEQ apresentaram-se muito próximos dos gerados pelo programa comercial SAP2000, para todas as torres estaiadas, apresentando uma diferença limite de 1% entre estes resultados.

Os resultados referentes às reações de apoio na base das torres estaiadas de 10, 30, 50, 70 e 90 metros de altura, incluindo também os pontos de ancoragem de cabos, são apresentados conforme Tabelas 8.4 a 8.8. Os resultados das reações de apoio foram obtidos do programa de análise estática AETEQ e posteriormente comparados às do programa SAP2000.

Das Tabelas 8.4 a 8.8, os quatros primeiros nós correspondem sempre aos nós de extremidade inferior dos montantes, os demais correspondem aos pontos de ancoragem de cabos. As reações de apoio referentes aos eixos ortogonais  $x$  e  $z$  definem o plano horizontal, onde o eixo  $z$  compreende a direção do carregamento de vento e  $y$  o eixo vertical da estrutura.

Tabela 8.4 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.

Nó	Torre Estaiada de 10m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença de Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
161	0,0000	6,0997	0,0000	-0,0008	6,0788	0,0000	0,0008	0,0209	0,0000
							0,00%	0,34%	0,00%
162	0,0000	6,1193	-0,5099	0,0000	6,0748	-0,5119	0,0000	0,0445	0,0020
							0,00%	0,73%	0,38%
163	0,0000	13,2390	0,0000	0,0026	13,2685	0,0000	-0,0026	-0,0295	0,0000
							0,00%	0,22%	0,00%
164	0,0000	13,2194	-0,5001	0,0000	13,2404	-0,5042	0,0000	-0,0211	0,0040
							0,00%	0,16%	0,80%
169	-6,4037	-11,0129	-6,4135	-6,4124	-11,0233	-6,4200	0,0086	0,0104	0,0065
							0,13%	0,09%	0,10%
170	6,4037	-11,0129	-6,4135	6,4135	-11,0258	-6,4207	-0,0098	0,0129	0,0072
							0,15%	0,12%	0,11%
171	4,2463	-7,4334	4,2365	4,2276	-7,4142	4,2202	0,0186	-0,0192	0,0163
							0,44%	0,26%	0,39%
172	-4,2463	-7,4334	4,2365	-4,2308	-7,4155	4,2233	-0,0155	-0,0179	0,0131
							0,37%	0,24%	0,31%

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.5 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.

Nó	Torre Estaiada de 30m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença de Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
241	0,0000	4,3934	0,0000	0,0056	4,3595	0,0000	-0,0056	0,0338	0,0000
							0,00%	0,78%	0,00%
242	0,0000	4,3738	-1,6769	0,0000	4,3212	-1,6799	0,0000	0,0526	0,0029
							0,00%	1,22%	0,18%
243	0,0000	35,3137	0,0000	0,0026	35,3487	0,0000	-0,0026	-0,0349	0,0000
							0,00%	0,10%	0,00%
244	0,0000	35,3334	-1,6769	0,0000	35,3459	-1,6797	0,0000	-0,0126	0,0027
							0,00%	0,04%	0,16%
249	-14,9159	-25,8013	-14,9257	-14,9120	-25,7968	-14,9218	-0,0039	-0,0045	-0,0039
							0,03%	0,02%	0,03%
250	14,9159	-25,8013	-14,9257	14,9090	-25,7972	-14,9189	0,0069	-0,0041	-0,0069
							0,05%	0,02%	0,05%
251	5,3250	-10,4245	5,3152	5,3100	-10,3918	5,3002	0,0150	-0,0327	0,0150
							0,28%	0,31%	0,28%
252	-5,3348	-10,4245	5,3250	-5,3153	-10,3929	5,3056	-0,0195	-0,0316	0,0194
							0,37%	0,30%	0,37%

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.6 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.

Nó	Torre Estaiada de 50m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença de Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
401	0,0180	30,1937	0,0000	0,0196	30,2143	0,0000	-0,0016	-0,0206	0,0000
							8,70%	0,07%	0,00%
402	0,0000	30,1908	-1,0396	0,0000	30,2437	-1,0395	0,0000	-0,0530	-0,0001
							0,00%	0,18%	0,01%
403	-0,0110	55,8415	0,0000	-0,0098	55,8587	0,0000	-0,0012	-0,0172	0,0000
							12,00%	0,03%	0,00%
404	0,0000	55,7808	-1,0633	0,0000	55,8293	-1,0689	0,0000	-0,0484	0,0056
							0,00%	0,09%	0,53%
409	-16,5551	-34,3370	-16,5603	-16,5732	-34,3821	-16,5830	0,0181	0,0451	0,0228
							0,11%	0,13%	0,14%
410	16,5561	-34,3418	-16,5616	16,5732	-34,3821	-16,5830	-0,0172	0,0403	0,0215
							0,10%	0,12%	0,13%
411	6,3867	-14,1222	6,3813	6,3939	-14,1412	6,3939	-0,0073	0,0190	-0,0127
							0,11%	0,13%	0,20%
412	-6,3871	-14,1201	6,3820	-6,3939	-14,1412	6,3939	0,0069	0,0211	-0,0120
							0,11%	0,15%	0,19%
413	-14,8694	-23,4455	-14,8694	-14,8767	-23,4575	-14,8767	0,0073	0,0120	0,0073
							0,05%	0,05%	0,05%
414	14,8692	-23,4441	-14,8692	14,8767	-23,4477	-14,8767	-0,0075	0,0036	0,0075
							0,05%	0,02%	0,05%
415	5,1886	-7,2077	5,1886	5,2073	-7,2373	5,2073	-0,0187	0,0296	-0,0187
							0,36%	0,41%	0,36%
416	-5,1961	-7,2185	5,1961	-5,2171	-7,2471	5,2171	0,0211	0,0286	-0,0211
							0,41%	0,40%	0,41%

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.7 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.

Nó	Torre Estaiada de 70m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença de Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
561	0,0029	55,1556	0,0000	0,0000	55,2212	0,0000	0,0029	-0,0656	0,0000
							0,00%	0,12%	0,00%
562	0,0000	55,0349	-2,3738	0,0000	55,1918	-2,3634	0,0000	-0,1569	-0,0104
							0,00%	0,29%	0,44%
563	0,0028	109,7701	0,0000	0,0098	109,7364	0,0000	-0,0070	0,0337	0,0000
							244,83%	0,03%	0,00%
564	0,0000	109,7160	-2,3549	0,0000	109,7756	-2,3536	0,0000	-0,0596	-0,0013
							0,00%	0,05%	0,05%
573	-14,9443	-34,9025	-14,9556	-14,9453	-34,9117	-14,9551	0,0011	0,0092	-0,0005
							0,01%	0,03%	0,00%
574	14,9474	-34,9095	-14,9585	14,9551	-34,9215	-14,9649	-0,0077	0,0120	0,0065
							0,05%	0,03%	0,04%
575	5,0017	-11,9826	4,9905	5,0210	-12,0230	5,0112	-0,0193	0,0403	-0,0207
							0,39%	0,34%	0,41%
576	-4,9981	-11,9740	4,9868	-5,0210	-12,0230	5,0014	0,0229	0,0489	-0,0146
							0,46%	0,41%	0,29%
577	-24,2161	-52,5445	-24,2187	-24,2224	-52,5636	-24,2322	0,0063	0,0191	0,0135
							0,03%	0,04%	0,06%
578	24,2113	-52,5354	-24,2136	24,2224	-52,5538	-24,2224	-0,0111	0,0184	0,0088
							0,05%	0,04%	0,04%
579	4,0526	-8,5671	4,0500	4,0698	-8,6200	4,0698	-0,0172	0,0530	-0,0198
							0,42%	0,62%	0,49%
580	-4,0573	-8,5776	4,0551	-4,0796	-8,6299	4,0796	0,0223	0,0523	-0,0244
							0,55%	0,61%	0,60%
581	-18,4391	-32,1360	-18,4391	-18,4561	-32,1756	-18,4561	0,0170	0,0396	0,0170
							0,09%	0,12%	0,09%
582	18,4448	-32,1412	-18,4448	18,4561	-32,1658	-18,4561	-0,0113	0,0246	0,0113
							0,06%	0,08%	0,06%
583	5,2547	-8,5925	5,2547	5,2662	-8,6102	5,2662	-0,0115	0,0178	-0,0115
							0,22%	0,21%	0,22%
584	-5,2633	-8,6077	5,2633	-5,2662	-8,6200	5,2662	0,0028	0,0124	-0,0028
							0,05%	0,14%	0,05%

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.8 – Comparação entre reações de apoio dos programas AETEQ e SAP2000.

Nó	Torre Estaiada de 90m								
	AETEQ (kN)			SAP2000 (kN)			Diferença de Reações (kN e %)		
	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ	RX	RY	RZ
601	0,0275	75,0158	0,0000	0,0196	75,0895	0,0000	0,0078	-0,0737	0,0000
							40,00%	0,10%	0,00%
602	0,0000	74,9400	-2,7266	0,0000	75,1091	-2,7164	0,0000	-0,1692	-0,0102
							0,00%	0,23%	0,38%
603	-0,0154	135,7624	0,0000	-0,0098	135,7044	0,0000	-0,0056	0,0580	0,0000
							57,00%	0,04%	0,00%
604	0,0000	135,6340	-2,7511	0,0000	135,6750	-2,7459	0,0000	-0,0410	-0,0052
							0,00%	0,03%	0,19%
613	-24,7480	-54,6291	-24,7570	-24,7618	-54,6721	-24,7716	0,0138	0,0430	0,0146
							0,06%	0,08%	0,06%
614	24,7516	-54,6395	-24,7606	24,7716	-54,6721	-24,7814	-0,0200	0,0326	0,0208
							0,08%	0,06%	0,08%
615	6,8530	-15,9684	6,8438	6,8647	-15,9946	6,8548	-0,0117	0,0263	-0,0111
							0,17%	0,16%	0,16%
616	-6,8516	-15,9625	6,8426	-6,8647	-15,9946	6,8548	0,0130	0,0322	-0,0123
							0,19%	0,20%	0,18%
617	-27,8851	-57,3255	-27,8867	-27,9097	-57,3689	-27,9097	0,0246	0,0434	0,0230
							0,09%	0,08%	0,08%
618	27,8812	-57,3176	-27,8831	27,8999	-57,3591	-27,8999	-0,0187	0,0415	0,0169
							0,07%	0,07%	0,06%
619	6,3162	-12,9781	6,3143	6,3253	-13,0036	6,3253	-0,0091	0,0255	-0,0110
							0,14%	0,20%	0,17%
620	-6,3222	-12,9902	6,3206	-6,3351	-13,0134	6,3351	0,0129	0,0232	-0,0145
							0,20%	0,18%	0,23%
621	-23,2282	-38,1743	-23,2282	-23,2418	-38,2067	-23,2418	0,0135	0,0324	0,0135
							0,06%	0,08%	0,06%
622	23,2350	-38,1848	-23,2350	23,2418	-38,1969	-23,2418	-0,0068	0,0121	0,0068
							0,03%	0,03%	0,03%
623	5,8417	-8,8142	5,8417	5,8644	-8,8456	5,8644	-0,0227	0,0314	-0,0227
							0,39%	0,36%	0,39%
624	-5,8555	-8,8318	5,8555	-5,8644	-8,8456	5,8644	0,0089	0,0138	-0,0089
							0,15%	0,16%	0,15%

Fonte: Os Autores (2026).

Verifica-se que, na comparação dos valores gerados pelo programa AETEQ e pelo programa SAP2000, a diferença entre reações de apoio permaneceu, na maioria dos casos, menor que 1%. Deste modo, pode-se concluir que existe uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos dois programas.

### 8.3 ANÁLISE MODAL DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS

Esta seção investiga os resultados referentes à análise modal das torres estaiadas de 10, 30, 50, 70 e

90 metros de altura. Para este propósito, é utilizado o programa de análise modal FMVTEQ, cujos resultados são comparados aos obtidos com o programa de análise estrutural SAP2000. Os resultados foram avaliados em termos das frequências naturais de vibração das estruturas, utilizando-se no programa FMVTEQ a formulação matemática não-linear para cabos tensionados.

A Tabela 8.9 compara os resultados das frequências naturais para os dez primeiros modos de vibração, determinados pelo programa FMVTEQ, com os resultados obtidos pelo programa SAP2000. Na Tabela 8.10, são apresentados os resultados referentes às diferenças percentuais entre os valores das frequências obtidas pelos dois programas.

Tabela 8.9 – Análise comparativa entre frequências naturais das torres estaiadas.

Modo	Frequências Naturais de Vibração (Hz)									
	10m		30m		50m		70m		90m	
	FMVTEQ	SAP	FMVTEQ	SAP	FMVTEQ	SAP	FMVTEQ	SAP	FMVTEQ	SAP
1	14,756	14,464	5,221	5,098	3,432	3,339	2,518	2,454	2,436	2,267
2	14,756	14,464	5,221	5,098	3,432	3,339	2,518	2,454	2,436	2,267
3	26,686	24,957	7,217	7,128	4,188	4,159	3,307	3,251	3,010	2,808
4	26,686	26,367	7,217	7,128	4,188	4,159	3,307	3,251	3,010	2,808
5	29,014	26,367	9,836	8,278	5,888	4,704	4,007	4,035	3,463	3,201
6	53,905	53,214	10,758	10,735	5,888	5,911	4,007	4,035	3,463	3,341
7	53,905	53,214	10,758	10,735	5,962	5,911	5,075	4,069	4,408	3,341
8	67,618	59,121	17,773	17,820	8,481	8,552	5,854	5,895	4,408	4,319
9	76,255	74,941	17,773	17,820	8,481	8,552	5,854	5,895	4,514	4,319
10	90,694	88,170	21,281	18,773	12,201	10,699	8,179	7,887	5,822	5,663

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.10 – Diferença entre frequências naturais dos programas FMVTEQ e SAP2000.

Modo	Torres estaiadas									
	10m		30m		50m		70m		90m	
	%	Hz	%	Hz	%	Hz	%	Hz	%	Hz
1	2,02	0,292	2,42	0,123	2,78	0,093	2,61	0,064	7,47	0,169
2	2,02	0,292	2,42	0,123	2,78	0,093	2,61	0,064	7,47	0,169
3	6,93	1,729	1,25	0,089	0,70	0,029	1,72	0,056	7,16	0,201
4	1,21	0,319	1,25	0,089	0,70	0,029	1,72	0,056	7,16	0,201
5	10,04	2,647	18,82	1,558	25,17	1,184	0,68	-0,027	8,17	0,262
6	1,30	0,691	0,21	0,023	-0,39	-0,023	0,68	-0,027	3,65	0,122
7	1,30	0,691	0,21	0,023	0,86	0,051	24,71	1,005	31,94	1,067
8	14,37	8,497	0,27	-0,047	-0,83	-0,071	0,70	-0,041	2,07	0,090
9	1,75	1,314	0,27	-0,047	-0,83	-0,071	0,70	-0,041	4,53	0,196
10	2,86	2,524	13,36	2,508	14,03	1,502	3,70	0,292	2,80	0,159

Fonte: Os Autores (2026).

Conforme diferenças apresentadas na Tabela 8.10 com base nos resultados da Tabela 8.9, o programa FMVTEQ apresentou frequências naturais ligeiramente maiores do que às obtidas através do programa SAP2000. Com base nos valores das frequências de vibração, o comportamento observado para as torres estaiadas no programa FMVTEQ são de estruturas mais rígidas do que quando comparadas as do

programa SAP2000.

Cabe então salientar que as maiores diferenças encontradas entre as frequências naturais, deve-se ao fato da análise modal do programa SAP2000 ser considerada somente como linear, o que não permite avaliar os cabos das torres como elementos submetidos somente a esforços de tração, influenciando, portanto, nos modos de vibração das estruturas, principalmente nos modos de torção. A ocorrência desta situação pode ser observada, por exemplo, na comparação dos dez primeiros modos de vibração da torre estaiada de 50 metros, conforme apresentado na Tabela 8.11. Na comparação entre as frequências naturais, verifica-se a não correspondência entre o 5º, 7º e 10º modos de vibração da estrutura obtidos dos programas FMVTEQ e SAP2000.

Tabela 8.11 – Modos de vibração da Torre de 50m (FMVTEQ e SAP2000).


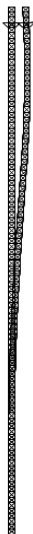




Modo de Vibração	Frequência (Hz)		FMVTEQ	SAP2000
	FMVTEQ	SAP2000		
1°	3,432	3,339		
2°	3,432	3,339		
3°	4,188	4,159		

Tabela 8.11 – Modos de vibração da Torre de 50m (FMVTEQ e SAP2000) (continuação).







Modo de Vibração	Frequência (Hz)		FMVTEQ	SAP2000
	FMVTEQ	SAP2000		
4°	4,188	4,159		
5°	5,888	4,704		
6°	5,888	5,911		

Tabela 8.11 – Modos de vibração da Torre de 50m (FMVTEQ e SAP2000) (continuação).

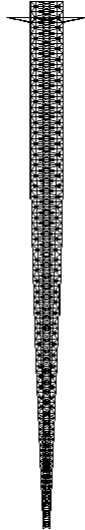







Modo de Vibração	Frequência (Hz)		FMVTEQ	SAP2000
	FMVTEQ	SAP2000		
7°	5,962	5,911		
8°	8,481	8,552		
9°	8,481	8,552		

Tabela 8.11 – Modos de vibração da Torre de 50m (FMVTEQ e SAP2000) (continuação).

Modo de Vibração	Frequência (Hz)		FMVTEQ	SAP2000
	FMVTEQ	SAP2000		
10°	12,201	10,699		

Fonte: Os Autores (2026).

#### 8.4 ANÁLISE DINÂMICA DE TORRES METÁLICAS ESTAIADAS

Nesta seção são apresentados os resultados do comportamento dinâmico da torre estaiada de 30m de altura. A escolha desta estrutura está relacionada ao tempo de processamento computacional necessário para realizar a análise por integração da equação de movimento no tempo máximo de 600 segundos.

As torres estaiadas de 50m, 70m e 90m apresentam 1248, 1752 e 1872 graus de liberdade, respectivamente, o que ocasiona grande aumento no armazenamento e processamento de dados, gerando alto esforço computacional. Neste trabalho, portanto, as torres estaiadas de 50m, 70m e 90m não foram avaliadas com relação à análise dinâmica devido a não disponibilidade de ferramenta computacional avançada.

A torre estaiada de 30m foi submetida simultaneamente à parcela de carregamento estático do vento, definido como 48% das cargas calculadas no programa de análise estática AETEQ, mais a parcela correspondente a 52% do carregamento flutuante obtido do programa RAJADA.

Os resultados da análise dinâmica foram avaliados em termos do deslocamento do nó do topo da torre de 30m e dos esforços axiais máximos nos montantes da base. Os resultados foram obtidos através do programa de análise dinâmica ADTEQ, cujos valores foram comparados posteriormente com os resultados do programa SAP2000.

##### 8.4.1 Análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros

Para a simulação do carregamento do vento, utilizou-se uma velocidade básica ( $V_0$ ) de 45m/s e a posição do centro de rajada estacionária na cota de 25m, o que corresponde ao nó de topo do segundo

módulo da torre de 30 metros.

Seguindo a proposta apresentada por Guimarães (2000), a decomposição espectral da parcela do carregamento flutuante foi determinada para um conjunto de 14 funções harmônicas ( $m=14$ ). O valor referente ao período fundamental da torre estaiada de 30m corresponde a 0,1915s e equivale a frequência ressonante (período  $T_r$ ) para a segunda função harmônica do espectro, conforme apresentado na Tabela 8.12.

Tabela 8.12 – Funções harmônicas para análise dinâmica da torre de 30m.

m	$T_k(s)$	$\omega_k (rad/s)$	$n_k (Hz)$	$\frac{n_k S(n_k)}{u_*^2}$	$C_k$	$c_k$	$\Delta z_{0k} (cm)$
1	0,0957	65,6207	10,4439	0,0487059596	0,31211	0,02813	42,47196
2	0,1915	32,8104	5,2219	0,0773140328	0,39323	0,03544	84,94393
3	0,3830	16,4052	2,6110	0,1227165777	0,49541	0,04466	169,88786
4	0,7660	8,2026	1,3055	0,1947255424	0,62406	0,05625	339,77571
5	1,5320	4,1013	0,6527	0,3086329769	0,78566	0,07082	679,55143
6	3,0640	2,0506	0,3264	0,4869341016	0,98685	0,08895	1359,10286
7	6,1280	1,0253	0,1632	0,7545382800	1,22844	0,11073	2718,20571
8	12,2560	0,5127	0,0816	1,0934329226	1,47881	0,13330	5436,41143
9	24,5120	0,2563	0,0408	1,2836334827	1,60227	0,14442	10872,82286
10	49,0238	0,1282	0,0204	0,9601832327	1,38577	0,12491	21745,64571
11	98,0476	0,0641	0,0102	0,4157697364	0,91189	0,08220	43491,29143
12	196,0983	0,0320	0,0051	0,1259974316	0,50199	0,04525	86982,58286
13	392,1843	0,0160	0,0025	0,0332485382	0,25787	0,02324	173965,16571
14	784,4176	0,0080	0,0013	0,0084289623	0,12984	0,01170	347930,33143
Soma				5,9142617775	11,09420	1,00000	

Fonte: Os Autores (2026).

Para o cálculo da amplitude do carregamento flutuante do vento, o programa RAJADA determina a área do espectro de Davenport ( $n_k S(n_k) / u_*^2$ ), através da regra de Simpson, como também os coeficientes de área relativos ( $c_k$ ) e a extensão das rajadas equivalentes ( $\Delta z_{0k}$ ). Os valores referentes às amplitudes nodais associadas às respectivas funções harmônicas, obtidas através do programa RAJADA para a torre estaiada de 30m, são apresentados no Apêndice F.

A torre estaiada foi excitada por 20 séries de carregamentos temporais constituídas pelas 14 funções harmônicas da Tabela 8.12. Cada série de carregamento possui um conjunto de ângulos de fase aleatórios ( $0 \leq \theta_k \leq 2\pi$ ) determinados pelo programa RAJADA através de funções *random* em código Fortran. A natureza aleatória deste processo fica caracterizada pela combinação destes ângulos de fase, o que determina a defasagem entre as 14 funções harmônicas do espectro adotado, conforme esquematizado na Figura 7.6.

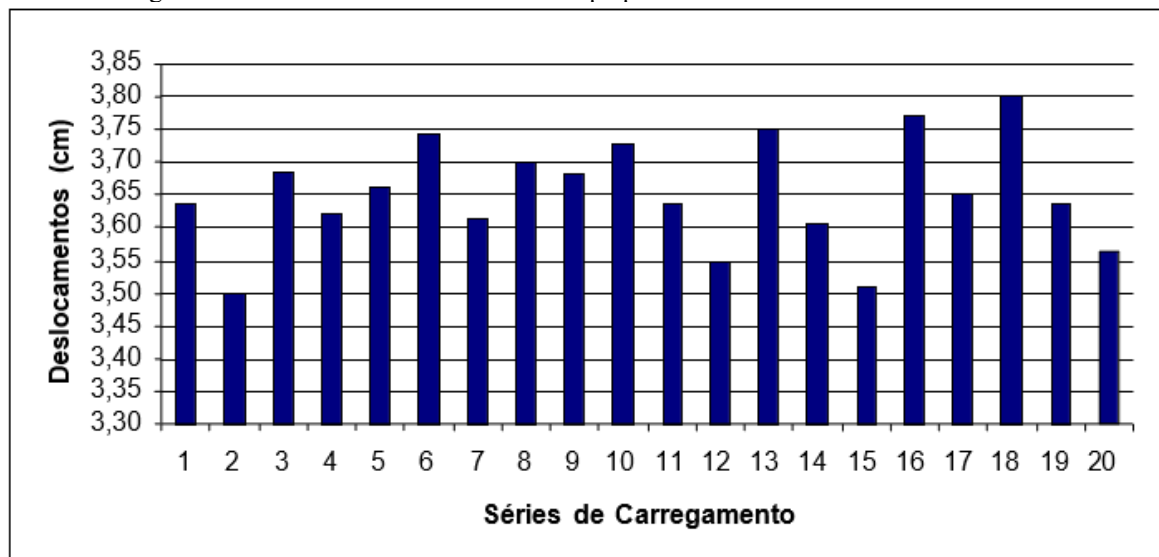
Para a obtenção da resposta da equação de movimento, adotou-se neste trabalho o método de

Newmark, considerando aceleração média constante ( $\beta = 1/4$ ) para um passo de tempo igual a 0,00005s e para um tempo máximo de análise de 600 segundos. O tempo máximo utilizado na análise dinâmica atende a recomendação proposta por Franco (1993) e abrange todas as faixas de frequências contidas na área total definida pelo espectro de Davenport.

A fim de garantir a estabilidade numérica do método de Newmark, adotou-se um passo de tempo ( $\Delta t$ ) igual a 0,00005s e que correspondente a um quinto do menor período de vibração natural da torre estaiada ( $T_n = 0,0003s$ ), conforme Bathe e Wilson, 1976 e Newmark, 1959.

Os resultados referentes aos deslocamentos máximos para cada série temporal de carregamento são apresentados conforme gráfico da Figura 8.1. O deslocamento de referência nesta análise foi adotado como sendo na direção do carregamento do vento e compreende o deslocamento do nó 1 situado no topo da torre estaiada.

Figura 8.1 – Deslocamentos máximos de topo para cada série da torre estaiada de 30m.



Fonte: Os Autores (2026).

A Tabela 8.13 seguinte apresenta os valores dos deslocamentos máximos do nó 1, para cada série de carregamento, e o instante de tempo no qual o valor ocorreu.

Tabela 8.13 – Deslocamentos máximos por série de carregamento.

Série	Deslocamento (cm)	Tempo (s)
1	3,6358	518,45
2	3,4998	566,79
3	3,6842	265,33
4	3,6210	350,65
5	3,6629	199,86
6	3,7445	398,07
7	3,6144	215,04
8	3,6992	39,81
9	3,6802	547,27
10	3,7276	384,15
11	3,6369	267,77
12	3,5480	230,99
13	3,7519	264,94
14	3,6046	398,13
15	3,5084	244,64
16	3,7689	112,06
17	3,6497	174,55
18	3,8016	46,10
19	3,6365	258,19
20	3,5625	335,60

Fonte: Os Autores (2026).

A análise estatística de extremos de Gumbel realizada para os valores das 20 séries temporais de carregamento fornece os parâmetros estatísticos descritos na Tabela 8.14, e que permitem determinar o valor do deslocamento característico ( $x_c$ ) igual a 3,808cm.

Tabela 8.14 – Propriedades estatísticas para as séries de carregamento.

média	$\mu$	3,652
desvio padrão	$\sigma$	0,084
propabilidade	$p$	0,950
curva exponencial	$w$	2,970
dispersão	$\tilde{\alpha}$	15,360
moda	$\bar{x}$	3,614
deslocamento característico (cm)	$x_c$	3,808

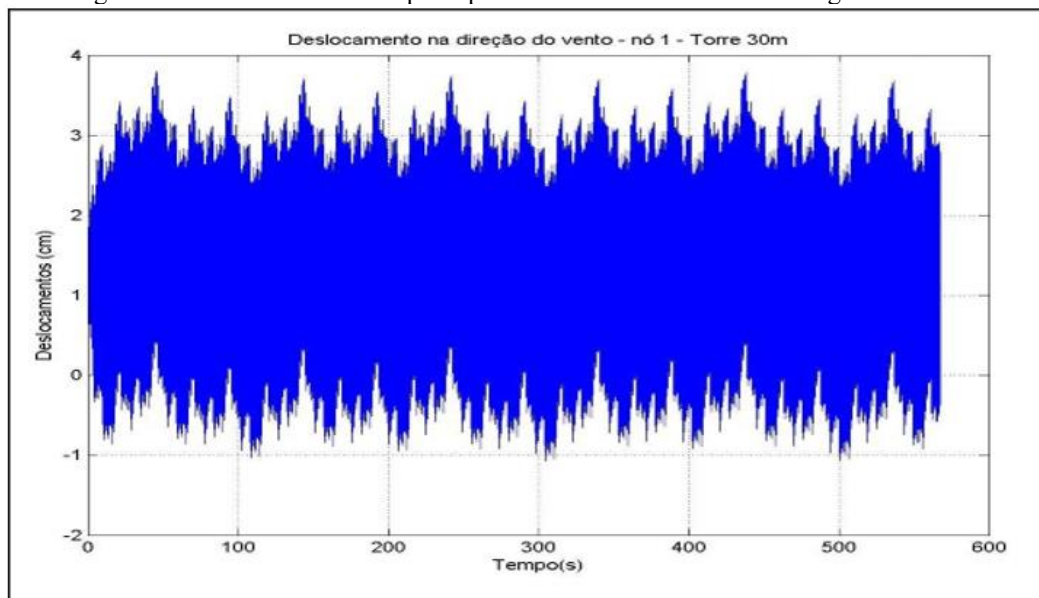
Fonte: Os Autores (2026).

A partir da análise estatística, adotou-se a série temporal de carregamento n°. 18 como sendo a série cuja resposta máxima mais se aproxima do valor característico de deslocamento ( $x_c$ ). Os resultados encontrados para esta série característica foram considerados como representativos da análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros.

O histórico dos deslocamentos no tempo máximo de 600s para o nó 1 do topo da torre estaiada de 30 metros, correspondente à série característica n°. 18, é apresentado na Figura

8.2. Nesta figura pode ser observado o valor do deslocamento máximo de 3,8016cm ocorrido para o instante de tempo igual a 46,10 segundos.

Figura 8.2 – Deslocamento temporal para a série característica de carregamento n°. 18.



Fonte: Os Autores (2026).

No Apêndice E, são apresentados os históricos dos deslocamentos máximos de topo para as 20 séries de carregamento no tempo máximo de 600 segundos.

Como informação adicional, para a análise dinâmica da torre estaiada de 30m no programa ADTEQ, ressalta-se que foram utilizados dois processadores do tipo AMD Duron 1,8GHz com 256MB de memória RAM e um Pentium 3,2GHz com 512MB de memória RAM, totalizando um tempo máximo de processamento computacional aproximado de 238,58h ( $\approx 10$  dias) e 116,66h ( $\approx 5$  dias), respectivamente.

Para a análise dinâmica no programa SAP2000, considerou-se um tempo máximo de 60s de modo a capturar a resposta extrema do deslocamento do nó de topo da torre estaiada de 30 metros. O tempo máximo adotado para a análise dinâmica abrange o instante de tempo igual a 46,10s onde ocorreu o deslocamento máximo para a série característica de carregamento de número 18. Por outro lado, o tempo máximo da análise atende as limitações encontradas no programa SAP2000, conforme descritas no item *a* da seção 7.3.1. O tempo de processamento computacional verificado no SAP2000, para a análise dinâmica não-linear da torre de 30m no tempo de 60 segundos, foi de aproximadamente 15,75h. Para esta análise, foi utilizado um processador AMD Duron 1,8GHz com 256MB de memória RAM.

Após a determinação da série característica de carregamento de número 18, adotou-se os resultados desta série como representativos da análise dinâmica obtidos do programa ADTEQ sendo, posteriormente, comparados aos obtidos pelo programa SAP2000. Ressalta-se que a análise dinâmica realizada no programa SAP2000 compreendeu uma análise com definição de parâmetros não-lineares de modo a considerar os

elementos de cabo submetidos somente a esforços de tração. Este procedimento pode ser observado com detalhes no Apêndice I.

Os resultados foram avaliados em termos do deslocamento máximo do topo, e do esforço axial máximo ocorrido no montante mais solicitado da base da torre, conforme Tabelas 8.15 e 8.16.

Tabela 8.15 – Deslocamento máximo de topo da torre estaiada de 30m.

Deslocamento máximo (cm)		
Nó	ADTEQ	SAP2000
1	3,808	3,571

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela 8.16 – Esforço axial máximo de compressão no montante da base da torre de 30m.

Torre Estaiada de 30m		
Montante	ADTEQ	SAP2000
	Esforço Máximo (kN)	Esforço Máximo (kN)
727	-30,9890	-30,8125

Fonte: Os Autores (2026).

Comparando-se os deslocamentos máximos correspondentes ao nó de topo, bem como os esforços axiais máximos nos montantes da base da torre estaiada, obtidos dos programas ADTEQ e SAP2000, conforme discriminado nas Tabelas 8.15 e 8.16, verifica-se que houve uma boa concordância entre os resultados encontrados.

A Tabela 8.17 compara os esforços axiais máximos de tração e compressão, obtidos do programa de análise estática (AETEQ), com os esforços axiais máximos obtidos do programa de análise dinâmica (ADTEQ), em função do tipo do perfil estrutural (T - travamento interno; H-horizontal; M-montante; D-diagonal e AT-anti-torção) e a sua cota de ancoragem (altura) na torre estaiada.

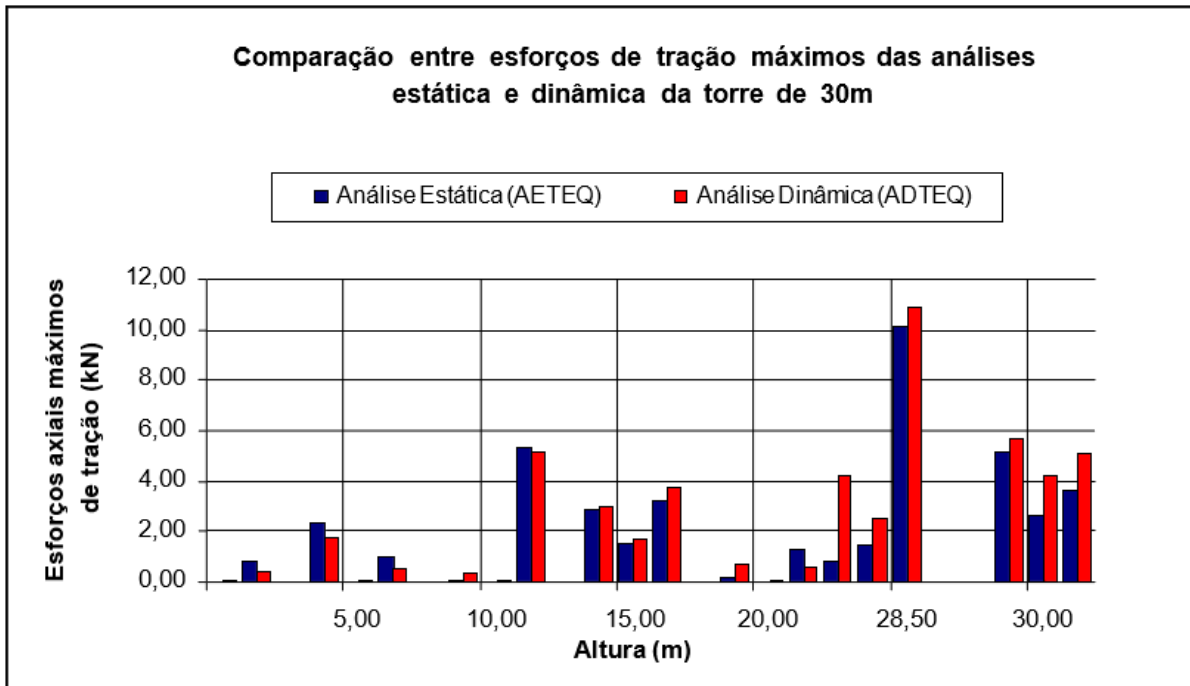
Tabela 8.17 – Esforços axiais máximos das análises estática e dinâmica da torre de 30m.

Altura (m)	Perfil	Capacidade Resistente (kN)		Análise				Diferença (%)	
				Estática AETEQ		Dinâmica ADTEQ			
		Esforço axial (kN)		Esforço axial (kN)		Tração	Compr.		
		Tração	Compr.	Tração	Compr.			Tração	Compr.
30,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0098	-0,1177	–	–
	H	19,86	-11,51	5,1191	-3,6088	5,6388	-3,9619	10,15%	9,78%
	M	50,31	-38,73	2,5890	-22,1336	4,2267	-25,4581	63,26%	15,02%
	D	19,86	-6,40	3,6481	-3,3637	5,0700	-4,7856	38,98%	42,27%
25,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0686	-0,3530	–	–
	H	19,86	-11,51	1,2454	-1,2454	0,5982	-2,0104	108,20%	61,42%
	M	50,31	-38,73	0,8434	-22,1630	4,1874	-25,4875	396,51%	15,00%
	D	19,86	-6,40	1,4220	-1,4220	2,5693	-2,5595	80,69%	80,00%
20,00	T	19,86	-14,80	1,5593	0,0000	1,6573	0,0000	6,29%	–
	H	19,86	-11,51	3,2068	-0,0785	3,7069	-0,2452	15,60%	212,50%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-21,4275	0,0000	-21,1431	–	1,35%
	D	19,86	-6,40	0,2059	-0,2059	0,6374	-0,6178	209,52%	200,00%
15,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2844	–	–
	H	19,86	-11,51	5,2956	-1,0297	5,1877	-1,3827	2,08%	34,29%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-24,8795	0,0000	-27,0860	–	8,87%
	D	19,86	-6,40	2,9028	-2,9028	2,9616	-2,9420	2,03%	1,35%
10,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2844	–	–
	H	19,86	-11,51	0,9807	-0,9807	0,4707	-1,2454	108,33%	27,00%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-20,8489	0,0000	-22,4768	–	7,81%
	D	19,86	-6,40	0,1177	-0,1177	0,3432	-0,3040	191,67%	158,33%
5,00	T	19,86	-14,80	0,0000	0,0000	0,0490	-0,2550	–	–
	H	19,86	-11,51	0,8826	-0,8826	0,4217	-1,0885	109,30%	23,33%
	M	50,31	-38,73	0,0000	-35,3137	0,0000	-30,9890	–	13,96%
	D	19,86	-6,40	2,3732	-2,3732	1,7652	-1,7358	34,44%	36,72%
28,50	AT	19,86	-10,00	10,1695	0,0000	10,9246	0,0000	7,43%	–
	AT	28,39	-13,83	0,0000	-10,1499	0,0000	-11,0423	–	8,79%

Fonte: Os Autores (2026).

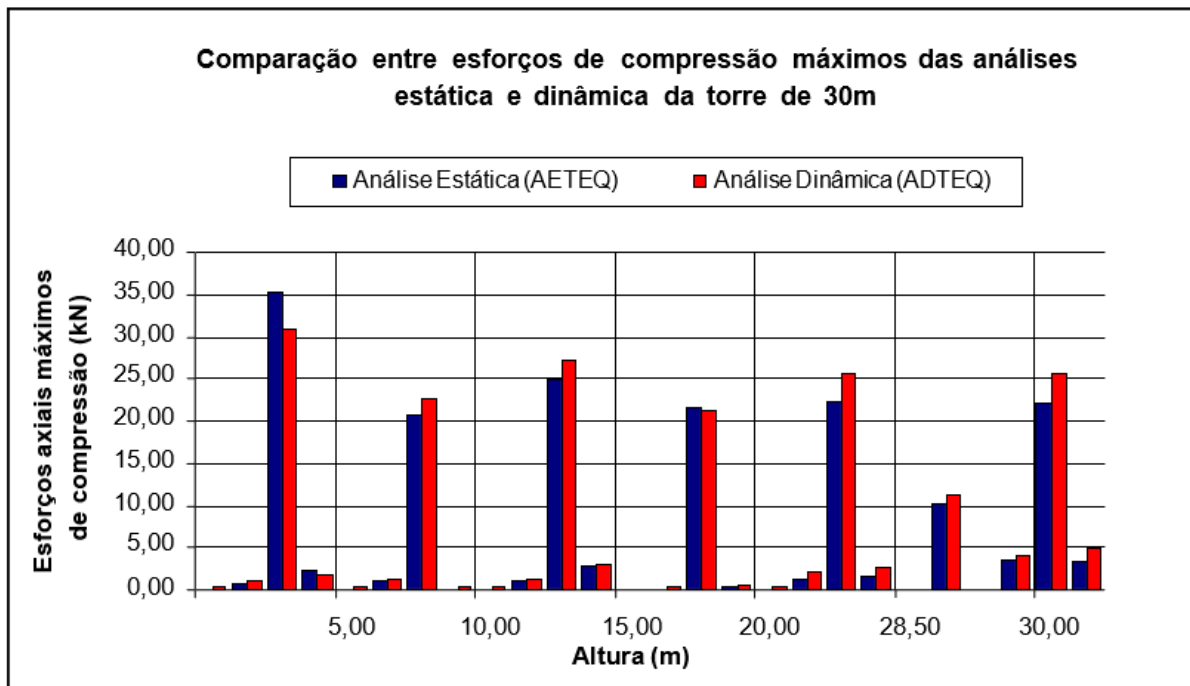
Os gráficos das Figuras 8.3 e 8.4 apresentam uma visualização da comparação entre os esforços axiais máximos de tração e compressão obtidos pelos programas de análise estática (AETEQ) e dinâmica (ADTEQ).

Figura 8.3 – Comparação entre esforços de tração das análises estática e dinâmica.



Fonte: Os Autores (2026).

Figura 8.4 – Comparação entre esforços de compressão das análises estática e dinâmica.



Fonte: Os Autores (2026).

Conforme gráfico da Figura 8.3, verifica-se a predominância dos esforços estáticos de tração sobre os esforços dinâmicos somente nos três primeiros módulos inferiores da torre estaiada, o que equivale à cota de 15 metros. Porém, para os três módulos superiores a 15 metros, observa-se uma situação inversa, ou seja, ocorre a predominância dos esforços dinâmicos sobre os estáticos.

Para o gráfico da Figura 8.4, observa-se maiores esforços estáticos axiais de compressão somente no primeiro módulo da torre, notando-se uma situação inversa a partir da cota de 5 metros, onde é possível visualizar a predominância dos esforços dinâmicos de compressão sobre os esforços estáticos. Os picos de esforços de compressão visualizados no gráfico são correspondentes aos montantes com as maiores solicitações axiais associados a cada módulo da torre estaiada de 30 metros.

## 8.5 ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS SOB RUPTURA DE CABO

O colapso por ruptura de cabo de torres estaiadas, utilizadas nos sistemas de telecomunicações, tem como outras conseqüências a perda de operacionalidade do setor e prejuízos econômicos consideráveis, além de ocasionar acidentes em áreas urbanas. Razões como estas têm levado a análise de projetos dessas estruturas envolvendo situações de rompimento repentino de elemento de cabo o que pode ser visto como, por exemplo, nas recomendações da norma internacional IASS-81 (*International Association For Shell and Spatial Structures*).

Para ilustrar a versatilidade dos programas computacionais utilizados neste trabalho, procedeu-se uma avaliação das análises estática, dinâmica e modal de torres estaiadas considerando simulações envolvendo o rompimento eventual de um elemento de cabo.

Primeiramente, para avaliar os efeitos ocasionados pela ruptura eventual de um elemento de cabo em uma torre estaiada de 50 metros, foram realizadas duas análises – estática e modal – levando-se em conta a eliminação do número do cabo escolhido arbitrariamente na linha de dados do arquivo de entrada utilizado nos programas AETEQ e FMVTEQ.

Posteriormente, realizou-se uma análise dinâmica em uma torre estaiada de 90 metros submetida a um eventual rompimento de cabo. Para a realização desta análise, introduziram-se linhas de comando no programa ADTEQ de modo a simular o rompimento no instante de tempo de 20s desconsiderando também os efeitos do amortecimento da torre. Admitiu-se um tempo de análise de 80s para a obtenção dos deslocamentos máximos e esforços da torre, sendo que no intervalo de tempo de 0s a 20s a estrutura é considerada intacta.

Para a torre estaiada de 50 metros, as respostas foram avaliadas com relação à variação das freqüências naturais de vibração e dos esforços de pré-tensão iniciais. No caso da torre estaiada de 90 metros, procedeu-se a verificação dos resultados referentes aos deslocamentos máximos do topo da estrutura e a variação ao longo do tempo dos esforços axiais dos elementos de cabo intactos.

### 8.5.1 Análise estática da torre estaiada de 50m sob ruptura de cabo

Esta seção trata do procedimento adotado para a avaliação do comportamento estático de uma torre estaiada de 50m frente ao rompimento eventual de um elemento de cabo.

Os resultados foram obtidos do programa de análise estática AETEQ considerando, primeiramente, a não incidência da carga de vento, com o objetivo de determinar os esforços de pré-tensionamento nos elementos de cabo. Posteriormente, utilizou-se o mesmo programa para obter as forças nos cabos devido à incidência do carregamento de vento na torre estaiada de 50 metros. As duas situações citadas consideram ainda a resposta da estrutura frente ao rompimento de um elemento de cabo.

O procedimento para a simulação do rompimento de cabo no programa de análise estática AETEQ compreendeu a eliminação na linha de dados do elemento de cabo de número 14, escolhido arbitrariamente, ancorado a 32,5m de altura e situado a barlavento (B) da incidência da carga do vento. A eliminação do elemento de cabo foi realizada no arquivo de entrada de dados do mesmo programa.

As Tabelas 8.18 e 8.19 ilustram as duas situações consideradas nesta análise, onde a porcentagem das forças de pré-tensão é obtida através da relação do esforço axial no elemento de cabo (carga) e sua capacidade resistente nominal, sendo de 50,80kN. O cálculo da resposta da estrutura foi considerado na direção do carregamento do vento, levando-se em conta as faces de barlavento (B) e sotavento (S).

Conforme a norma canadense CSA S37-94, a fim de garantir a rigidez de suspensão dos elementos de cabo e, conseqüentemente, o equilíbrio da torre estaiada, recomenda-se forças de pré-tensão nos elementos de cabo na ordem de 10% da capacidade resistente nominal, podendo variar entre 8% e 15%.

Tabela 8.18 – Pré-tensão dos cabos da torre estaiada de 50m sem carga de vento.

Posição			Sem carregamento de vento			
Cabo	Face	h (m)	Sem ruptura de cabo		Com ruptura de cabo	
			Pré-tensão (kN)	(%)	Pré-tensão (kN)	(%)
1	B	48,50	7,41	14,58	7,57	14,90
2	B		7,42	14,60	7,35	14,47
3	B		7,41	14,58	7,45	14,66
4	B		7,42	14,60	7,45	14,66
5	S		7,41	14,58	7,35	14,47
6	S		7,42	14,60	7,58	14,92
7	S		7,41	14,58	7,47	14,70
8	S		7,42	14,60	7,48	14,72
9	B	40,50	7,49	14,74	7,54	14,84
10	B		7,49	14,74	8,83	17,38
11	S		7,49	14,74	7,54	14,84
12	S		7,49	14,74	6,26	12,32
13	B	32,50	7,54	14,84	7,49	14,74
14	B		7,54	14,84	–	–
15	S		7,54	14,84	7,49	14,74
16	S		7,54	14,84	4,98	9,80
17	B	24,50	7,27	14,31	7,35	14,47
18	B		7,27	14,31	9,05	17,81
19	S		7,27	14,31	7,35	14,47
20	S		7,27	14,31	5,64	11,10
21	B	16,50	7,40	14,56	7,46	14,68
22	B		7,40	14,56	7,90	15,55
23	S		7,40	14,56	7,46	14,68
24	S		7,40	14,56	7,02	13,82
25	B	8,50	7,12	14,01	7,15	14,07
26	B		7,12	14,01	6,98	13,74
27	S		7,12	14,01	7,15	14,07
28	S		7,12	14,01	7,32	14,41

Fonte: Os Autores (2026).

Da Tabela 8.18, considerando inicialmente o caso sem carregamento de vento e sem ruptura de cabo, observa-se que os encurtamentos adotados para os elementos de cabo da torre estaiada de 50 metros conduziram a porcentagens de pré-tensão que atendem as recomendações da norma canadense. Para esta mesma situação, mas considerando a ruptura do cabo de nº. 14, as porcentagens de pré-tensão são pouco afetadas.

A segunda análise realizada na torre estaiada de 50 metros compreendeu a estrutura submetida ao carregamento estático do vento. Conforme já era esperado, pode-se observar que a incidência do carregamento levou ao aumento dos esforços axiais de tração para os elementos de cabo situados a barlavento (B), ao contrário do que se verifica para os cabos situados a sotavento (S), já que os mesmos apresentam uma diminuição dos esforços de pré-tensionamento.

Em outra situação, a interferência mais sentida na torre estaiada de 50m pode ser observada no caso da incidência do carregamento do vento com o rompimento do elemento de cabo de número 14. Para esta

análise, verifica-se que o nível de pré-tensão inicial, verificado anteriormente na Tabela 8.18 para os elementos de cabo próximos ao cabo rompido, não foi capaz de anular o efeito de afrouxamento, o que pode ser visto para o cabo 16 situado a sotavento, conforme resultados da Tabela 8.19.

Tabela 8.19 – Esforços nos cabos da torre estaiada de 50m com carga de vento.

Posição			Com carregamento de vento			
Cabo	Face	h (m)	Sem ruptura de cabo		Com ruptura de cabo	
			Esforço (kN)	(%)	Esforço (kN)	(%)
1	B	48,50	9,57	18,83	9,81	19,31
2	B		9,16	18,03	9,04	17,79
3	B		9,16	18,03	9,20	18,11
4	B		9,58	18,85	9,63	18,95
5	S		5,23	10,29	5,11	10,06
6	S		5,66	11,14	5,91	11,63
7	S		5,64	11,10	5,72	11,26
8	S		5,23	10,29	5,31	10,45
9	B	40,50	11,39	22,42	11,47	22,57
10	B		11,39	22,42	13,58	26,73
11	S		3,58	7,05	3,66	7,20
12	S		3,59	7,07	1,57	3,09
13	B	32,50	12,44	24,48	12,35	24,31
14	B		12,44	24,48	–	–
15	S		2,64	5,20	2,55	5,02
16	S	2,65	5,22	<b>-1,57</b>	<b>-3,09</b>	
17	B	24,50	11,73	23,09	11,86	23,34
18	B		11,73	23,09	14,65	28,83
19	S		2,80	5,51	2,93	5,77
20	S		2,80	5,51	0,13	0,26
21	B	16,50	11,60	22,83	11,70	23,03
22	B		11,60	22,83	12,43	24,46
23	S		3,20	6,30	3,30	6,49
24	S		3,20	6,30	2,57	5,06
25	B	8,50	9,50	18,70	9,55	18,79
26	B		9,50	18,70	9,28	18,26
27	S		4,74	9,33	4,78	9,41
28	S		4,74	9,33	5,06	9,96

Fonte: Os Autores (2026).

### 8.5.2 Análise modal da torre estaiada de 50m sob ruptura de cabo

A Tabela 8.20 apresenta os resultados obtidos do programa FMVTEQ e que são referentes aos efeitos do rompimento de um elemento de cabo na torre estaiada de 50 metros. O elemento de cabo escolhido compreendeu o cabo 28, cujo ponto de ancoragem está situado na cota de 8,50m e que corresponde ao primeiro nível de ancoragem na estrutura.

Os efeitos desta simulação foram avaliados em termos das variações das frequências e períodos naturais para os dez primeiros modos de vibração para os casos da torre intacta (sem rompimento de cabo) e após a ruptura do cabo.

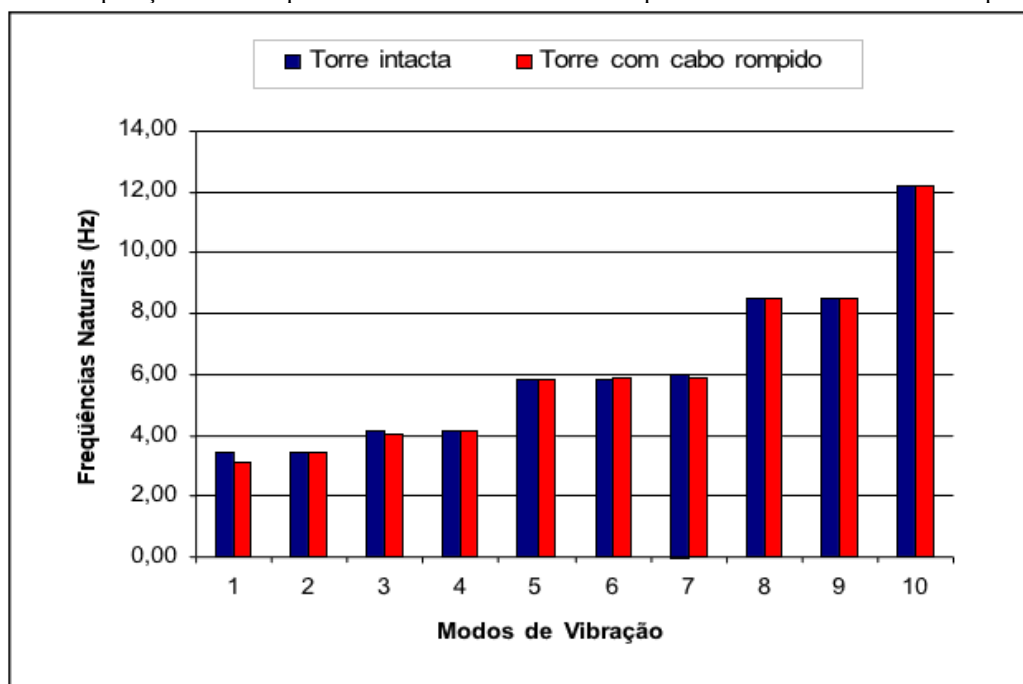
Tabela 8.20 – Freqüências naturais da torre de 50m após ruptura de elemento de cabo.

Modo	Estrutura intacta		Estrutura com cabo rompido	
	f (Hz)	T(s)	f (Hz)	T(s)
1	3,4315	0,2914	3,1217	0,3203
2	3,4315	0,2914	3,4399	0,2907
3	4,1884	0,2388	4,0591	0,2464
4	4,1884	0,2388	4,1995	0,2381
5	5,8881	0,1698	5,8371	0,1713
6	5,8881	0,1698	5,8991	0,1695
7	5,9619	0,1677	5,9415	0,1683
8	8,4812	0,1179	8,4884	0,1178
9	8,4812	0,1179	8,4923	0,1178
10	12,2005	0,0820	12,1694	0,0822

Fonte: Os Autores (2026).

A comparação dos resultados entre as dez primeiras freqüências e períodos naturais, para os dois casos citados, podem ser observadas na Tabela 8.20 e no gráfico da Figura 8.5.

Figura 8.5 – Comparação entre freqüências naturais da torre de 50m para a estrutura intacta e com ruptura de cabo.



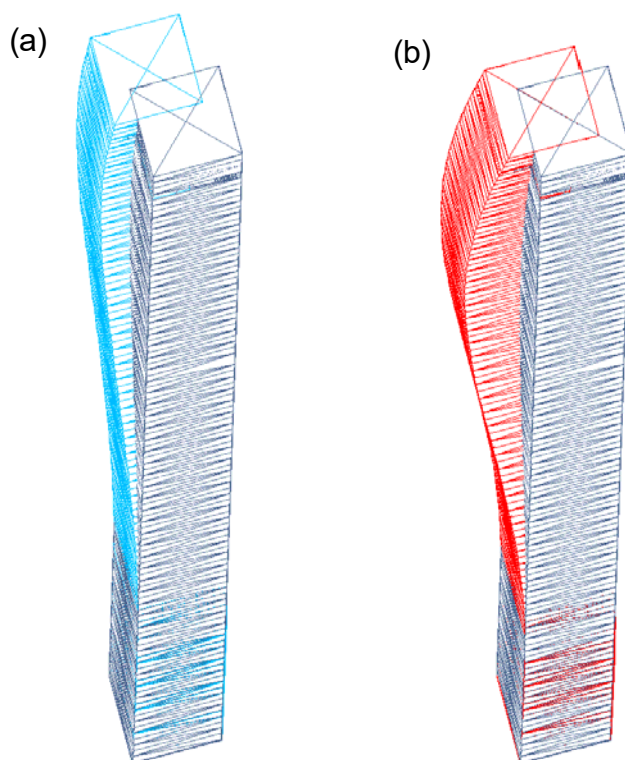
Fonte: Os Autores (2026).

Na comparação entre os resultados das freqüências naturais da torre de 50 metros, pode-se observar que a interferência da ruptura de um elemento de cabo foi mais sentida para o primeiro e terceiro modos de vibração da estrutura. As freqüências naturais apresentaram variações na ordem de 9% e 3% para o primeiro e terceiro modos, respectivamente, porém sem apresentar variações significativas para as freqüências seguintes.

Com base nos valores das frequências naturais para o caso da torre com cabo rompido, verifica-se que nesta situação os pares de valores das frequências não se apresentaram iguais, o que já era esperado, devida à perda de simetria dos eixos horizontais da torre, que altera a maneira de vibrar da estrutura. Esse aspecto é verificado no caso do aumento das frequências naturais para os modos de vibração ímpares e diminuição para os modos pares.

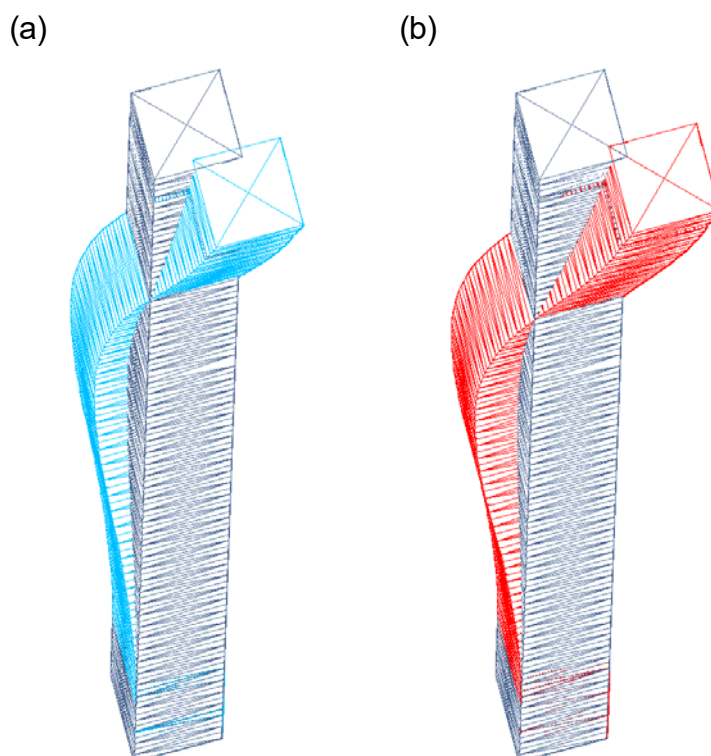
As Figuras 8.6 e 8.7 comparam o primeiro e terceiro modos de vibração da torre intacta com os modos de vibração da estrutura após a ruptura do elemento de cabo 28. Com o intuito de facilitar a representação das figuras, não foram apresentados os cabos e o mecanismo anti-torçor da torre de 50 metros.

Figura 8.6 – Torre Estaiada 50m: Comparação entre o modo fundamental de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



Fonte: Os Autores (2026).

Figura 8.7 – Torre Estaiada 50m: Comparação entre o 3º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



Fonte: Os Autores (2026).

No Apêndice H são apresentados os seis primeiros modos de vibração da torre estaiada de 50 metros para as duas situações analisadas.

### 8.5.3 Análise dinâmica da torre estaiada de 90m sob ruptura de cabo

Nesta seção são apresentados os resultados da análise do comportamento dinâmico da torre estaiada de 90m frente ao rompimento de um elemento de cabo. A Figura C.5 do Apêndice C ilustra o tipo da torre estaiada utilizada neste estudo, onde é possível visualizar o mastro central lateralmente apoiado por um conjunto de 44 cabos com diâmetro nominal igual a 7/16" e capacidade resistente de 92,46kN.

A análise do comportamento dinâmico da torre estaiada de 90m foi verificada em termos do deslocamento máximo do topo da torre e a variação ao longo do tempo dos esforços axiais de tração nos elementos de cabo intactos, considerando a estrutura em vibração livre não-amortecida. Para o cálculo da resposta dinâmica da torre, utilizou-se o método de integração direta de Newmark levando-se em conta que a aceleração seja constante durante o passo de integração. O passo de tempo utilizado para a integração da equação de movimento foi determinado a partir do último período de vibração da torre estaiada de 90m e que corresponde ao valor de 0,00005 segundos.

A análise dinâmica foi realizada considerando a torre estaiada de 90 metros submetida somente às forças de pré-tensão nos cabos e do peso próprio. O tempo máximo assumido para a análise dinâmica da

torre foi de 80 segundos, considerando inicialmente a estrutura intacta e com forças de amortecimento no intervalo de tempo de 0s a 20s de modo a diminuir os efeitos da aplicação instantânea do carregamento na estrutura. Após o instante de tempo igual a 20s a estrutura sofre um rompimento de um cabo sendo desconsiderada as forças de amortecimento.

O elemento de cabo para a simulação do rompimento foi escolhido arbitrariamente e de modo a obter as maiores solicitações para os outros elementos de cabo intactos. O cabo escolhido para o rompimento foi o de número 2 que está situado a barlavento e ancorado ao dispositivo anti-torçor na cota de 88,20m e próximo ao topo da torre.

Utilizou-se para este estudo o programa de análise dinâmica ADTEQ, onde foi possível a inclusão, por linhas de comando no próprio programa, do número do cabo a ser rompido bem como o tempo de sua ocorrência. Os resultados obtidos foram avaliados em termos do deslocamento máximo de topo e dos esforços máximos de tração, cujos valores são encontrados nos elementos de cabo intactos após o rompimento do cabo de número 2 e comparados aos esforços de pré-tensão iniciais.

A Tabela 8.21 apresenta uma análise comparativa entre os valores dos esforços axiais para os cabos da torre após a ruptura do elemento de cabo 2 e os esforços axiais referentes à pré-tensão inicial.

Tabela 8.21 – Esforços axiais de tração máximos dos cabos intactos após ruptura do cabo 2.

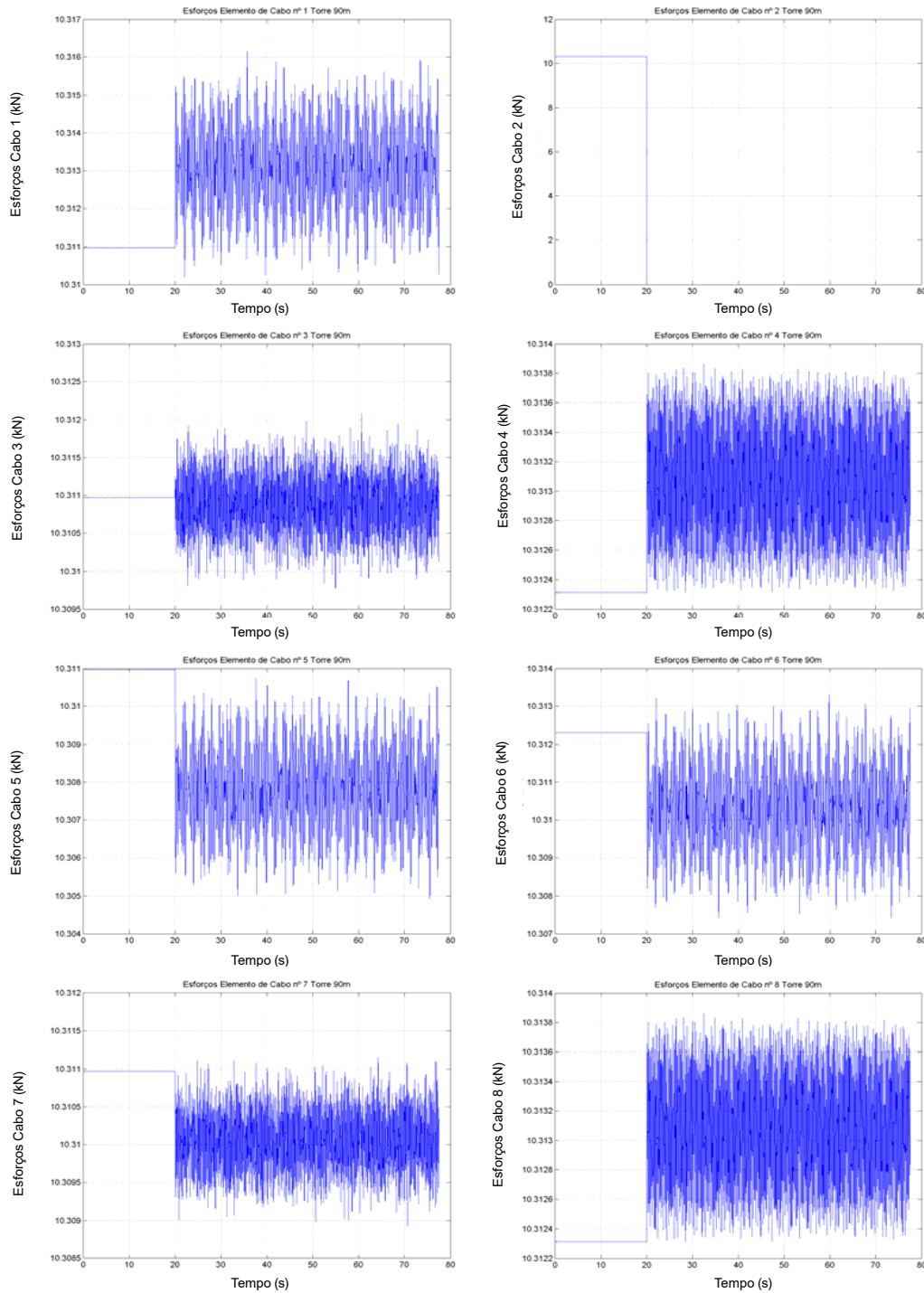
Cabo	Ancoragem	Tempo	Esforço Máximo	Pré-tensão inicial	%
	(m)	(s)	(kN)	(kN)	
1	88,20	35,7215	10,316154	10,306789	0,091
2 rompido	88,20	20,0000	–	–	–
3	88,20	60,6309	10,312092	10,306789	0,051
4	88,20	32,4530	10,313862	10,316596	-0,027
5	88,20	0,1712	10,310976	10,306789	0,041
6	88,20	59,7984	10,313302	10,316596	-0,032
7	88,20	64,2477	10,311156	10,306789	0,042
8	88,20	32,4530	10,313862	10,316596	-0,027
9	78,60	53,7626	10,383997	10,385242	-0,012
10	78,60	50,9905	10,380851	10,385242	-0,042
11	78,60	65,2799	10,381511	10,385242	-0,036
12	78,60	69,2717	10,381242	10,385242	-0,039
13	69,00	68,4401	10,857100	10,855962	0,010
14	69,00	22,0603	10,854249	10,855962	-0,016
15	69,00	50,6275	10,856661	10,855962	0,006
16	69,00	29,4361	10,854643	10,855962	-0,012
17	59,40	44,5400	10,683434	10,679442	0,037
18	59,40	53,1724	10,681537	10,679442	0,020
19	59,40	26,7483	10,684005	10,679442	0,043
20	59,40	23,9873	10,681715	10,679442	0,021
21	49,80	23,1385	10,705684	10,699055	0,062
22	49,80	21,0590	10,707093	10,708862	-0,017
23	49,80	29,4368	10,704168	10,699055	0,048
24	49,80	75,7380	10,705536	10,708862	-0,031
25	49,80	76,5769	10,706121	10,699055	0,066
26	49,80	40,9331	10,707281	10,708862	-0,015
27	49,80	64,4862	10,704241	10,699055	0,048
28	49,80	37,0669	10,705450	10,708862	-0,032
29	40,20	32,1134	10,706485	10,708862	-0,022
30	40,20	56,3613	10,704755	10,708862	-0,038
31	40,20	60,9716	10,706398	10,708862	-0,023
32	40,20	72,0414	10,704702	10,708862	-0,039
33	30,60	30,0265	10,692427	10,689249	0,030
34	30,60	45,8686	10,690587	10,689249	0,013
35	30,60	52,0063	10,692265	10,689249	0,028
36	30,60	58,2944	10,690595	10,689249	0,013
37	21,00	23,7310	10,783566	10,787315	-0,035
38	21,00	26,4998	10,781527	10,787315	-0,054
39	21,00	54,1102	10,783526	10,787315	-0,035
40	21,00	42,6870	10,781599	10,787315	-0,053
41	11,40	23,7224	10,382263	10,385242	-0,029
42	11,40	24,9224	10,380739	10,385242	-0,043
43	11,40	46,6652	10,382249	10,385242	-0,029
44	11,40	45,4658	10,380753	10,385242	-0,043

Fonte: Os Autores (2026).

A partir dos resultados apresentados na Tabela 8.21, verifica-se que os valores referentes aos esforços axiais máximos de tração não sofreram variação significativa em comparação aos valores de pré-tensionamento iniciais, permanecendo sempre inferiores a 0,1%.

A Figura 8.8 apresenta os gráficos correspondentes à variação dos esforços axiais de tração para os elementos de cabo intactos da estrutura após a ruptura do cabo 2. Os gráficos apresentam somente a variação dos esforços para o nível de ancoragem de 88,20m da torre estaiada de 90 metros, e que correspondem aos cabos situados no dispositivo anti-torçor e próximos ao cabo rompido. Os demais gráficos de variação de esforços axiais de tração são mostrados no Apêndice G.

Figura 8.8 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos na cota 88,20m após ruptura do cabo 2.



Fonte: Os Autores (2026).

Observando os resultados da Tabela 8.21, o efeito impulsivo na estrutura após a ruptura do cabo 2 é especialmente percebido no cabo 1. O valor do pico máximo de tração apresentado no gráfico do cabo 1 é de 10,3161kN e que corresponde a um percentual de 0,091% em relação ao valor da pré-tensão inicial de 10,3067kN. As variações ao longo do tempo dos esforços axiais dos outros cabos mostraram picos menores de tração.

Após a ruptura do cabo 2, verifica-se que o deslocamento máximo do nó 1 na direção do eixo  $z$  e situado no topo da torre foi de 0,0072cm e que corresponde a um fator de amplificação dinâmica de 1,07 em relação ao valor do deslocamento inicial referente a 0,0067cm. Este último foi obtido do programa de análise estática AETEQ com a utilização do modelo não-linear para cabo tensionado, considerando somente as forças de pré-tensão iniciais nos cabos e peso próprio da estrutura.

Os resultados encontrados nesta análise permitiram concluir que a ruptura do cabo 2 não teve efeito significativo para a torre estaiada de 90 metros, como pode ser observado com relação aos resultados do deslocamento do topo e dos esforços axiais máximos de tração no restante dos cabos.

## 9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 9.1 CONCLUSÕES

O objetivo desta pesquisa foi alcançado com o estudo numérico envolvendo as estruturas de torres estaiadas treliçadas, com seção transversal quadrada, submetidas à ação do carregamento do vento. Para o estudo numérico, foram apresentados os procedimentos para a determinação das forças estáticas do vento em torres estaiadas, seguindo metodologia apresentada na norma NBR6123, como também a determinação dos efeitos do carregamento dinâmico provocado por pressões flutuantes, com base na formulação de Monte Carlo.

Por outro lado, foi apresentada a aplicação e teste dos programas computacionais desenvolvidos por Menin (2002), levando-se em conta a avaliação e precisão dos resultados comparando-os àqueles obtidos através do programa SAP2000.

As conclusões referentes aos resultados obtidos com esses exemplos, bem como sugestões para pesquisas futuras, são apresentadas a seguir.

Para o caso referente ao comportamento da torre estaiada de 50m frente a uma ruptura eventual de um elemento de cabo, observou-se que a simulação do rompimento na análise estática da torre levou a modificações nos valores das pré-tensões iniciais, principalmente na situação da incidência da ação do vento. O nível de pré-tensionamento aplicado aos elementos de cabo da estrutura não foi suficiente para impedir o afrouxamento, o que se observou para o caso do cabo 16 localizado próximo a ruptura do cabo 14. Por outro lado, a ruptura de um elemento de cabo sem a consideração da ação do vento não representou grandes modificações nos valores das forças de pré-tensão.

No que se diz respeito à análise estática das torres estaiadas, pôde-se observar que os resultados obtidos do programa de análise estática AETEQ mostraram-se bem próximos aos obtidos através do programa SAP2000, apresentando variações de respostas não significativas na ordem de 1%, referentes aos deslocamentos do topo, esforços axiais máximos dos montantes da base e reações de apoio.

A partir dos resultados obtidos da análise modal, pôde-se perceber que a formulação do modelo não-linear para cabo tensionado, utilizada no programa de análise modal FMVTEQ, apresentou valores de frequências naturais de vibração ligeiramente maiores do que às obtidas através do programa SAP2000. Verificou-se que as maiores diferenças encontradas deve-se ao fato da análise modal do programa SAP2000 ser considerada somente como linear, o que não permite avaliar os cabos das torres como elementos submetidos somente a esforços de tração, influenciando, portanto, nos modos de vibração das estruturas.

Na comparação entre os resultados das frequências naturais da torre estaiada de 50 metros, observou-se que a interferência da ruptura de um elemento de cabo foi mais sentida para o primeiro e terceiro modos de vibração da estrutura, apresentando variações da ordem de 9% e 3%, respectivamente, indicando uma clara perda de simetria entre os eixos horizontais e, por conseguinte, a modificação dos modos de vibração.

Comparando-se os deslocamentos máximos correspondentes ao nó de topo, bem como os esforços axiais máximos nos montantes da base da torre estaiada de 30m, obtidos pelos programas ADTEQ e SAP2000, verificou-se que houve uma boa concordância entre os resultados encontrados. Concluindo-se, portanto, que o programa ADTEQ, utilizado neste trabalho, mostrou-se capaz de simular, satisfatoriamente, o comportamento dinâmico da torre estaiada de 30m submetida à ação do vento.

Através da avaliação dos resultados obtidos das análises estática e dinâmica da torre estaiada de 30m, pôde-se notar que, por um lado, a análise estática conduziu a maiores solicitações normais nas barras de montante da base da torre. Por outro, as solicitações normais da análise dinâmica levaram a resultados superiores ao da estática nas barras situadas a partir da cota de 15m, o que compreende a parte menos rígida da torre e mais suscetível ao carregamento do vento. Deste modo, podemos afirmar que para a determinação dos esforços normais máximos solicitantes nos perfis estruturais de torres estaiadas, é necessário considerar a análise tanto do carregamento estático como do carregamento dinâmico.

A partir da avaliação dos resultados obtidos da análise dinâmica da torre estaiada de 90m, após a ruptura de um elemento de cabo, verificou-se que o efeito desta simulação não alterou significativamente os valores referentes aos esforços axiais máximos de tração no restante dos outros cabos como também no deslocamento máximo de topo da estrutura.

Os programas computacionais utilizados neste trabalho mostraram-se capazes de simular satisfatoriamente os comportamentos estático, dinâmico e modal das torres estaiadas, apresentando resultados consistentes em termos numéricos na maioria das aplicações, demonstrando habilidade e precisão nas análises requeridas, o que pôde ser verificado na comparação com os resultados obtidos através do programa SAP2000.

## 9.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

- Avaliar a resposta dinâmica de torres estaiadas em termos de esforços máximos solicitantes variando-se o centro de rajada na estrutura.
- Para o aperfeiçoamento dos programas computacionais utilizados neste trabalho, pode-se sugerir a elaboração de uma interface gráfica de entrada e saída de parâmetros correspondentes às análises realizadas para as torres estaiadas, de modo a obter uma melhor representação dos resultados e facilitar as interpretações.
- Para comprovar os resultados teóricos encontrados, fazer investigações experimentais em túnel de vento de modelos reduzidos de torres treliçadas estaiadas, para a determinação dos coeficientes de arrasto.
- Aplicações das análises estática, dinâmica e modal às torres metálicas estaiadas de seção transversal triangular.

- Realizar análises comparativas dos resultados obtidos através dos programas computacionais utilizados neste trabalho com os resultados de outros programas comerciais, tais como ANSYS e DIANA.

Considerar os efeitos da variação da temperatura nas análises estática, dinâmica e modal de torres metálicas estaiadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABUBAKAR, M. et al. Comparative study of finite element modeling techniques for lattice telecommunication towers. *Structures*, v. 62, p. 104-118, 2024.
- AHMAD, M. B.; PANDE, K. P.; KRISHNA, P. Self-supporting towers under wind loads. *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 110, n. 2, 1984.
- ALLEN, C. R. et al. *Introduction to Monte Carlo Methods*. Computational Science Education Project, 1995.
- ALTAY, O. et al. Numerical investigation of the collapse mechanisms of self-supporting telecommunication towers under extreme wind loading. *Structures*, v. 60, art. 105842, 2024.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC. *Manual of Steel Construction – Allowable Stress Design*. 9. ed. Chicago, 1989.
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – ASCE 19-96. *Structural Applications of Steel Cables for Buildings*. New York, 1996.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988. Confirmada em 2013.
- BATHE, K. J.; WILSON, E. *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. New Jersey: Prentice Hall Inc., 1976.
- BLESSMANN, J. *Forças devidas ao vento em edificações altas*. Caderno de Engenharia CE-27, CPGEC-UFRGS, 1988.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION – CSA S37-94. *Antennas, Towers, and Antenna-Supporting Structures*. Ontario, 1994.
- CHEN, X. et al. Stochastic wind field simulation and dynamic response of guyed masts using advanced Monte Carlo techniques. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 234, art. 105341, 2023.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. 2. ed. McGraw-Hill Inc., 1993.
- DAVENPORT, A. G. Buffeting of structures by gusts. In: *Wind Effects on Buildings and Structures*. Teddington, England, v. 1, Paper 09, p. 357-391, 1963.
- FRANCO, M. *Direct Along Wind Analysis of Tall Structures*. São Paulo: BT/PEF/9303, 1993.
- FU, X.; LI, H. Dynamic reliability assessment of guyed mast structures considering cable rupture and non-linear wind loads. *Engineering Structures*, v. 250, art. 113398, 2022.
- GAO, L. et al. Wind-induced vibration and structural safety of lattice transmission towers under turbulent wind fields. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 211, art. 104554, 2021.
- GAO, L. et al. Analysis of wind speed stationary intervals for structural health monitoring of tall lattice towers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 220, art. 104856, 2022.

- GERE, J.; WEAVER, W. *Análise de Estruturas Reticuladas*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1987.
- GUIMARÃES, M. J. R. *Análise Estática e Dinâmica de Torres Metálicas Autoportantes*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2000.
- INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES – IASS. *Recommendations for Guyed Masts*. Madrid, 1981.
- KAHLA, N. B. Influence of star mounts on guyed towers. *Computers & Structures*, v. 54, n. 5, p. 989-998, 1995.
- KAHLA, N. B. Nonlinear dynamic response of a guyed tower to a sudden guy rupture. *Engineering Structures*, v. 19, n. 11, p. 879-890, 1997.
- KAHLA, N. B. Response of a guyed tower to a guy rupture under no wind pressure. *Engineering Structures*, n. 22, p. 699-706, 2000.
- KLEIN, D. L.; ROCHA, M. M.; LOREDO-SOUZA, A. M. Determinação das causas de colapso de uma torre metálica treliçada auto-suportada. In: *XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural*. Brasília, 2002.
- LAZANHA, E. C. *Análise Dinâmica Elasto-Plástica de Estruturas Metálicas sob Excitação Aleatória do Vento*. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.
- LIU, J. et al. Gust factor impact and aeroelastic response of telecommunication structures under extreme wind events. *Engineering Structures*, v. 310, art. 118210, 2025.
- MADUGULA, M. K. S.; YOHANNA, M. F. W.; GERARD, R. M. Dynamic response of guyed masts. *Engineering Structures*, v. 20, n. 12, p. 1097-1101, 1997.
- MADUGULA, M. K. S. *Dynamic Response of Lattice Towers and Guyed Masts*. Structural Engineering Institute – SEI, United States of America, 2002.
- MENIN, R. C. G. *Análise Estática e Dinâmica de Torres Estaiadas*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2002.
- MERCE, R. N. *Análise Dinâmica de Torres Metálicas Autoportantes sob a Ação do Vento*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Brasília, 2003.
- NASCIMENTO, F. D. A.; REQUENA, J. A. V. Análise comparativa das ações estáticas e dinâmicas em torres treliçadas autoportantes para telecomunicações. In: *XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural*. Brasília, 2002.
- NATIONAL BUILDING CODE OF CANADA. *Canadian Structural Design Manual*. Supplement n. 4, Ottawa, 1985.
- NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Division – ASCE*, v. 85, EM3, p. 67-94, 1959.

OLIVEIRA, P. A. *Análise Estática Não-Linear de Cabos Suspensos Utilizando o Método dos Elementos Finitos*. Dissertação (Mestrado), Curitiba, 2002.

PARK, S. et al. Hybrid beam-truss finite element modeling for the global stability analysis of high-rise communication structures. *Thin-Walled Structures*, v. 195, art. 111422, 2025.

PAZ, M. *Structural Dynamics – Theory and Computation*. 4. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.

PROCEDIMENTO TELEBRÁS 240-410-600. *Procedimentos de Projeto para Torres Metálicas Auto-Suportadas, Estaiadas e Postes Metálicos*. Emissão 02, 1996.

PULINO, A. R. F. *Contribuição ao Estudo das Coberturas Pênseis*. Tese (Doutorado) – FEM/UNICAMP, Campinas, 1991.

PULINO, A. R. F. *Notas de aula não publicadas*. Universidade de Brasília – UnB, 1998.

Q. Nonlinear dynamic analysis and collapse mechanism of self-supporting steel towers under extreme wind loads. *Engineering Structures*, v. 256, art. 113974, 2022.

RAUSCH, E. Einwirkung von Windstößen auf hohe Bauwerke. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, n. 17, 1933.

REED, D. A. Use of field parameters in wind engineering design. *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 113, n. 7, 1987.

REQUENA, J. A. V. et al. Automação de projeto e análise de torres metálicas utilizando perfis tubulares. In: *III CICON – Congresso Internacional da Construção Metálica*. Ouro Preto-MG, 2020.

RIBEIRO, M. I. O. et al. Modelagem estrutural de torres estaiadas de aço para telecomunicações. In: *XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2021*. Guarapari, 2021.

RODRIGUES, R. S. et al. Modelo não-linear dinâmico para a análise de colapso de torres de linhas de transmissão sob ação de vento. In: *XXXI Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural*. Mendoza, 2004.

SANTOS, E. F. et al. Análise do comportamento estrutural de uma torre metálica submetida à ação do vento. In: *XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE 2005*. Guarapari, 2005.

SAP2000. *Structural Analysis Program – Advanced Analysis Reference Manuals*. Version 10.0.1. Berkeley, California: Computers and Structures Inc., 2005.

SIMIUI, E. Wind spectra and dynamic alongwind response. *Journal of Structural Division – ASCE*, v. 100, ST9, 1974.

SIMIUI, E.; SCANLAN, R. H. *Wind Effects on Structures*. 3. ed. New York, 1996.

SOLARI, G. Alongwind response estimation: closed form solution. *Journal of Structural Division –*

ASCE, v. 108, ST1, 1982.

SOLARI, G. Equivalent wind spectrum technique: theory and applications. *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 114, n. 6, 1988.

SOLARI, G. Turbulence modeling for gust loading. *Journal of Structural Engineering – ASCE*, v. 113, n. 7, 1986.

VAN DER HOVEN, I. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. *Journal Meteorological*, v. 14, p. 160-164, 1957.

WANG, Y. et al. Experimental and numerical study on wind drag coefficients of lattice towers with varying solidity ratios. *Structures*, v. 68, 2025.

WILSON, E. *Dynamic Analysis by Numerical Integration*. California, 2000. Disponível em: [http://www.csiberkeley.com/support\\_technical\\_papers.html](http://www.csiberkeley.com/support_technical_papers.html).

ZHANG, L. et al. Geometric non-linearity and cable-stayed interaction in telecommunication masts under extreme weather events. *Engineering Structures*, v. 302, art. 117355, 2024.

## APÊNDICES

### A – CARACTERÍSTICAS DE CABOS E PERFIS METÁLICOS

Neste apêndice, as características dimensionais dos perfis metálicos como também dos cabos de aço de sete fios utilizados na torres estaiadas são apresentados conforme Tabelas A.1 e A.2, respectivamente.

Tabela A.1 – Características dos perfis metálicos.

Bitola	Perfil	Aba	Espessura	Área	Peso	R <sub>min</sub>	Peso / Vol	Massa / Vol
		(cm)	(cm)	(cm <sup>2</sup> )	(kN / cm)	(cm)	(kN / cm <sup>3</sup> )	(kN s <sup>2</sup> / cm <sup>4</sup> )
1	5/8x5/8x1/8	1,60	0,3175	0,96	6,960E-05	0,30	7,2500E-05	7,3980E-08
2	7/8x7/8x1/8	2,20	0,3175	1,35	1,020E-04	0,48	7,5556E-05	7,7098E-08
3	1,1/4x1,1/4x1/8	3,20	0,3175	1,93	1,470E-04	0,63	7,6166E-05	7,7720E-08
4	1,1/2x1,1/2x1/8	3,80	0,3175	2,32	1,790E-04	0,76	7,7155E-05	7,8730E-08
5	1,1/2x1,1/2x3/16	3,80	0,4763	3,42	2,630E-04	0,73	7,6901E-05	7,8470E-08
6	1,1/2x1,1/2x1/4	3,80	0,6350	4,45	3,410E-04	0,73	7,6629E-05	7,8193E-08
7	1,3/4x1,3/4x1/4	4,40	0,6350	5,22	4,040E-04	0,86	7,7395E-05	7,8974E-08
8	2x2x1/4	5,10	0,6350	6,06	4,660E-04	0,99	7,6898E-05	7,8467E-08
9	2x2x5/16	5,10	0,7938	7,41	5,710E-04	0,99	7,7058E-05	7,8631E-08
10	2x2x3/8	5,10	0,9525	8,77	6,850E-04	0,99	7,8107E-05	7,9701E-08
11	2,1/2x2,1/2x5/16	6,40	0,7938	9,48	7,250E-04	1,24	7,6477E-05	7,8038E-08
12	2,1/2x2,1/2x3/8	6,40	0,9525	11,16	8,620E-04	1,22	7,7240E-05	7,8816E-08
13	3x3x5/16	7,60	0,7938	11,48	8,920E-04	1,5	7,7700E-05	7,9286E-08
14	3x3x3/8	7,60	0,9525	13,61	1,050E-03	1,47	7,7149E-05	7,8724E-08
15	3x3x7/16	7,60	1,1113	15,68	1,220E-03	1,47	7,7806E-05	7,9394E-08
16	3x3x1/2	7,60	1,2700	17,74	1,370E-03	1,47	7,7227E-05	7,8803E-08
17	4x4x3/8	10,20	0,9525	18,45	1,430E-03	2,00	7,7507E-05	7,9089E-08
18	4x4x7/16	10,20	1,1113	21,35	1,650E-03	1,98	7,7283E-05	7,8861E-08
19	5x5x3/8	12,70	0,9525	23,29	1,790E-03	2,51	7,6857E-05	7,8426E-08
20	5x5x1/2	12,70	1,2700	30,65	2,360E-03	2,49	7,6998E-05	7,8570E-08
21	6x6x3/8	15,20	1,9525	28,13	2,180E-03	3,02	7,7497E-05	7,9079E-08
22	6x6x7/16	15,20	1,1113	32,65	2,510E-03	3,02	7,6876E-05	7,8445E-08
23	6x6x1/2	15,20	1,2700	37,10	2,860E-03	3,00	7,7089E-05	7,8662E-08
24	6x6x9/16	15,20	1,4288	41,48	3,190E-03	3,00	7,6905E-05	7,8474E-08
25	6x6x5/8	15,20	1,5875	45,87	3,530E-03	2,97	7,6957E-05	7,8527E-08
26	6x6x11/16	15,20	1,7463	50,19	3,860E-03	2,97	7,6908E-05	7,8477E-08
27	6x6x13/16	15,20	2,0638	58,65	4,520E-03	2,97	7,7067E-05	7,8640E-08
28	6x6x7/8	15,20	2,2225	62,77	4,830E-03	2,97	7,6948E-05	7,8518E-08
29	8x8x11/16	20,30	1,7463	67,94	5,220E-03	4,01	7,6832E-05	7,8401E-08
30	8x8x13/16	20,30	2,0638	79,61	6,130E-03	3,99	7,7000E-05	7,8572E-08
31	8x8x15/16	20,30	2,3813	91,10	7,020E-03	3,96	7,7058E-05	7,8631E-08

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela A.2 – Características dos cabos de aço de sete fios.

Ø	Peso	Área	CRE-EHS	Peso / Vol	Massa / Vol	Tensão ruptura (fu)
	(kN / cm)	(cm <sup>2</sup> )	(kN)	(kN / cm <sup>3</sup> )	(kN s <sup>2</sup> / cm <sup>4</sup> )	(kN / cm <sup>2</sup> )
3/16"	1,059E-05	0,13518	17,738	7,8340E-05	7,9939E-08	131,22
1/4"	1,764E-05	0,24032	29,567	7,3402E-05	7,4900E-08	123,03
5/16"	2,989E-05	0,37550	49,794	7,9601E-05	8,1225E-08	132,61
3/8"	3,979E-05	0,54072	68,463	7,3587E-05	7,5089E-08	126,61
7/16"	5,811E-05	0,73598	92,463	7,8956E-05	8,0567E-08	125,63
1/2"	7,536E-05	0,96129	119,5800	7,8395E-05	7,9995E-08	124,40
9/16"	9,780E-05	1,21663	155,5850	8,0386E-05	8,2027E-08	127,88

Fonte: Os Autores (2026).

## B – BITOLAS DOS PERFIS METÁLICOS

As bitolas dos perfis metálicos utilizados no mastro central das torres são mostradas por módulo e em função do tipo de peça (T – Travamentos interno; H – Horizontais; M – Montantes; D – Diagonais; e AT – Anti-Torção).

Nas tabelas apresentadas a seguir, as barras do dispositivo anti-torção são indicadas por AT1 e AT2. As barras AT1 representam as barras do anti-torçor situadas no plano horizontal e as barras AT2 representam as barras do anti-torçor situadas no plano inclinado, conforme comentado no Capítulo 3.

Os números das bitolas dos perfis apresentados nas tabelas abaixo correspondem às bitolas indicadas na Tabela A.1.

Tabela B.1 – Bitola dos perfis da torre de 10 metros.

Módulo	T	H	M	D	AT1	AT2
1	1	1	3	1	1	2
2	1	1	3	1		
3	1	1	3	1		
4	1	1	3	1		

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela B.2 – Bitola dos perfis da torre de 30 metros.

Módulo	T	H	M	D	AT1	AT2
1	2	2	5	2	2	3
2	2	2	5	2		
3	2	2	5	2		
4	2	2	5	2		
5	2	2	5	2		
6	2	2	5	2		

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela B.3 – Bitola dos perfis da torre de 50 metros.

Módulo	T	H	M	D	AT1	AT2
1	2	2	6	2	2	3
2	2	2	6	2		
3	2	2	6	2		
4	2	2	6	2		
5	2	2	6	2		
6	2	2	6	2		
7	2	2	6	2		
8	2	2	6	2		
9	2	2	6	2		
10	2	2	7	2		

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela B.4 – Bitola dos perfis da torre de 70 metros.

Módulo	T	H	M	D	AT1	AT2
1	2	3	7	4	3	6
2	2	3	7	3		
3	2	3	7	3		
4	2	3	7	3		
5	2	3	7	3		
6	2	3	7	3		
7	2	3	8	3		
8	2	3	9	4	3	6
9	2	3	9	3		
10	2	3	9	3		
11	2	3	9	3		
12	2	3	9	3		
13	2	3	10	3		
14	2	3	10	3		

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela B.5 – Bitola dos perfis da torre de 90 metros.

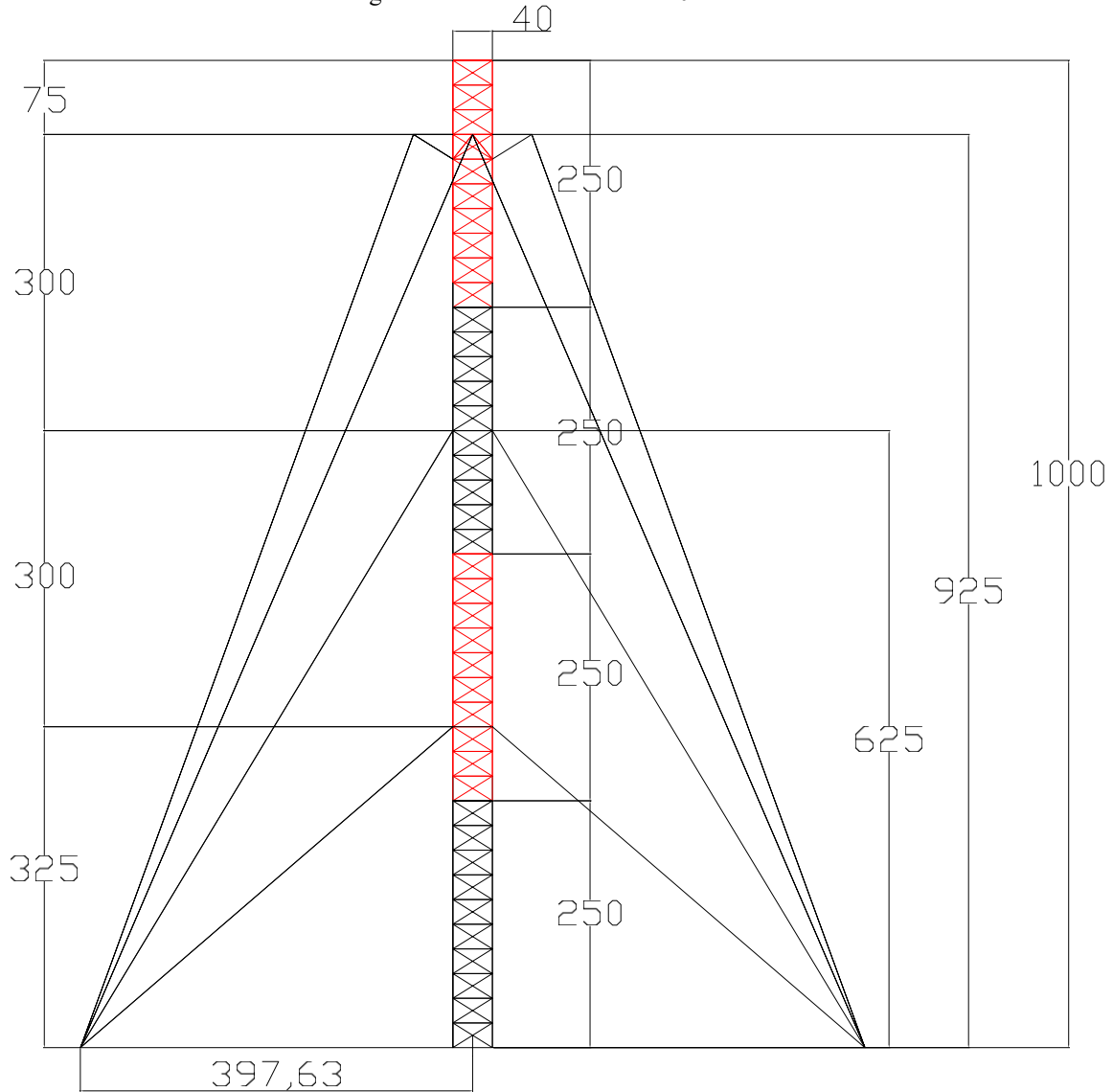
Módulo	T	H	M	D	AT1	AT2
1	2	3	7	5	3	6
2	2	3	7	3		
3	2	3	7	3		
4	2	3	7	3		
5	2	3	7	3		
6	2	3	7	3		
7	2	3	9	5	3	6
8	2	3	9	3		
9	2	3	10	3		
10	2	3	10	3		
11	2	3	10	3		
12	2	3	11	3		
13	2	3	11	3		
14	2	3	12	3		
15	2	3	12	3		

Fonte: Os Autores (2026).

### C – TORRES ESTAIADAS METÁLICAS DE SEÇÃO QUADRADA

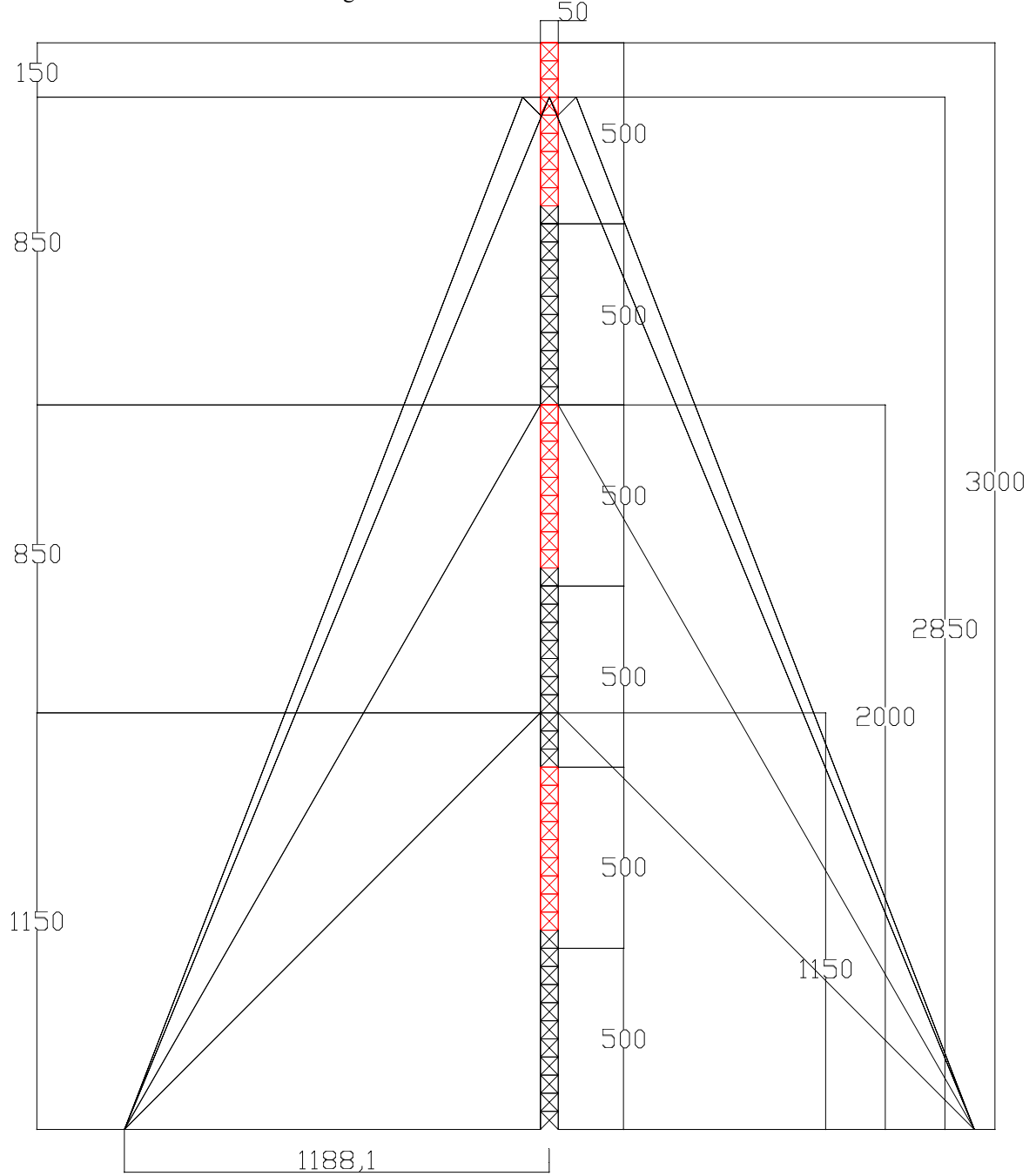
As características geométricas das torres estaiadas utilizadas neste trabalho são apresentadas conforme Figuras C.1 a C.5 abaixo. As dimensões das cotas das respectivas torres estaiadas de 10, 30, 50, 70 e 90 metros são expressas em centímetros (*cm*). Os eixos *x* e *z* definem o plano horizontal, sendo que o eixo *y* compreende sempre o eixo vertical das estruturas.

Figura C.1 – Torre estaiada de 10 metros.



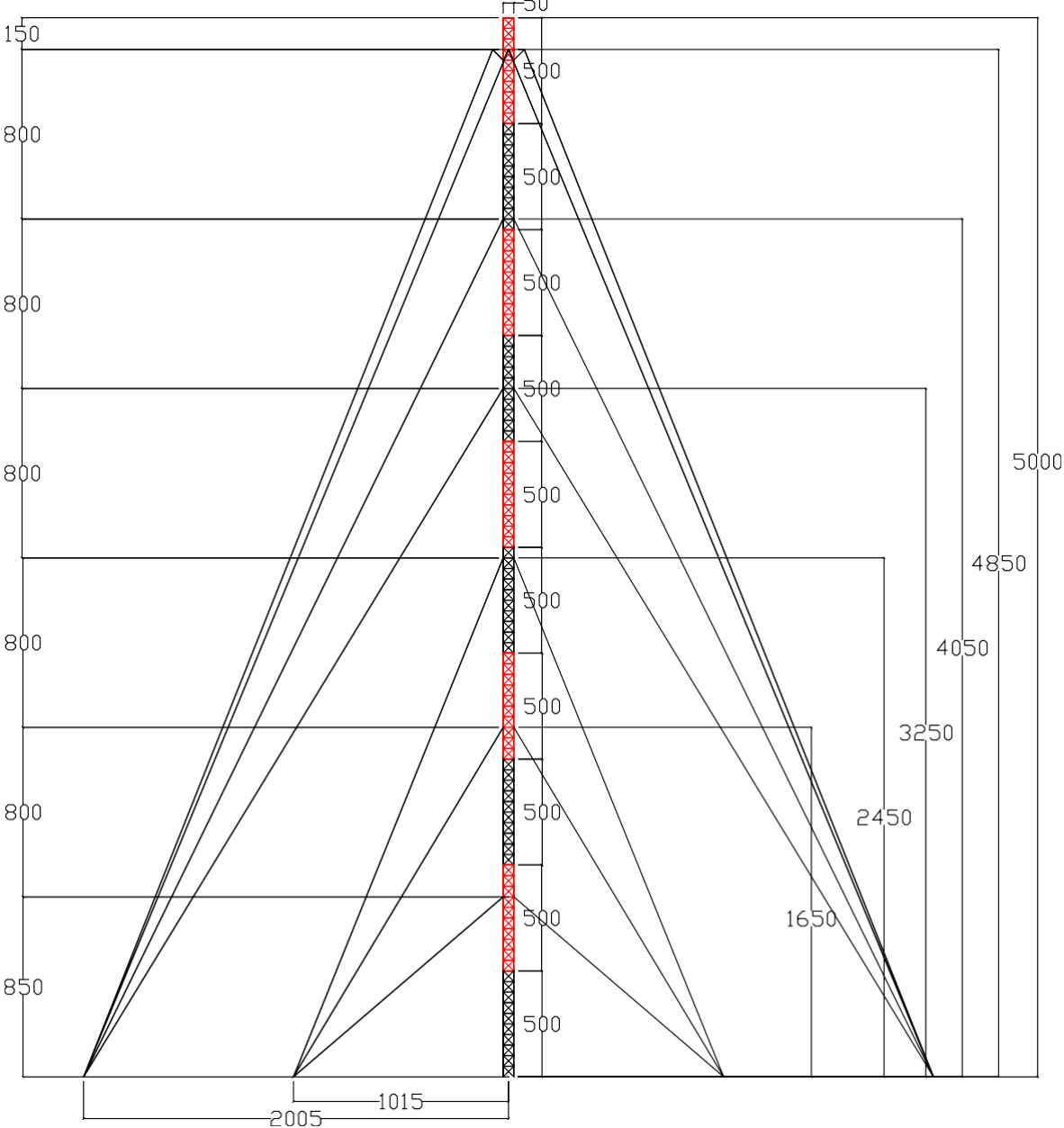
Fonte: Os Autores (2026).

Figura C.2 – Torre estaiada de 30 metros.



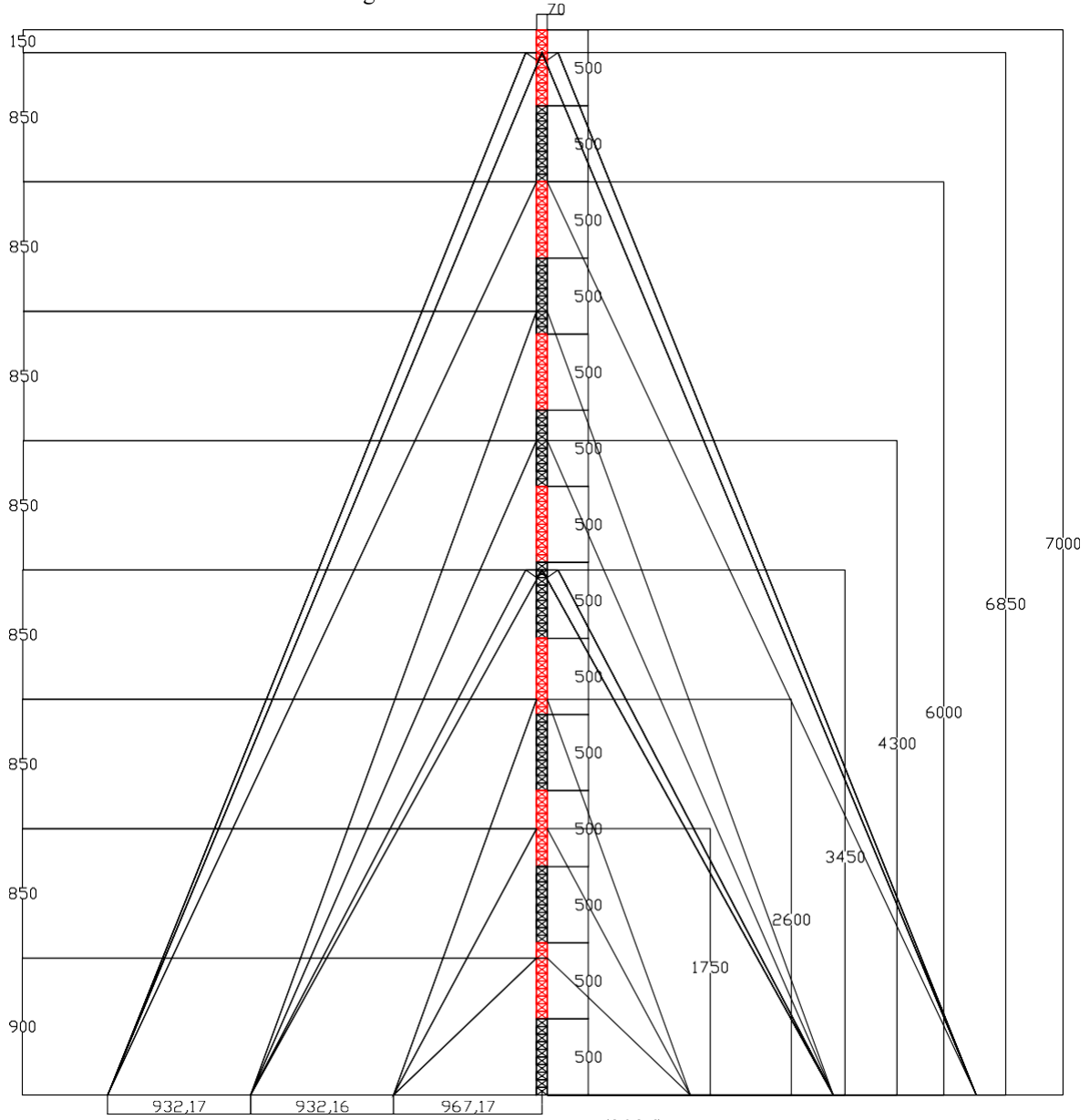
Fonte: Os Autores (2026).

Figura C.3 – Torre estaiada de 50 metros.



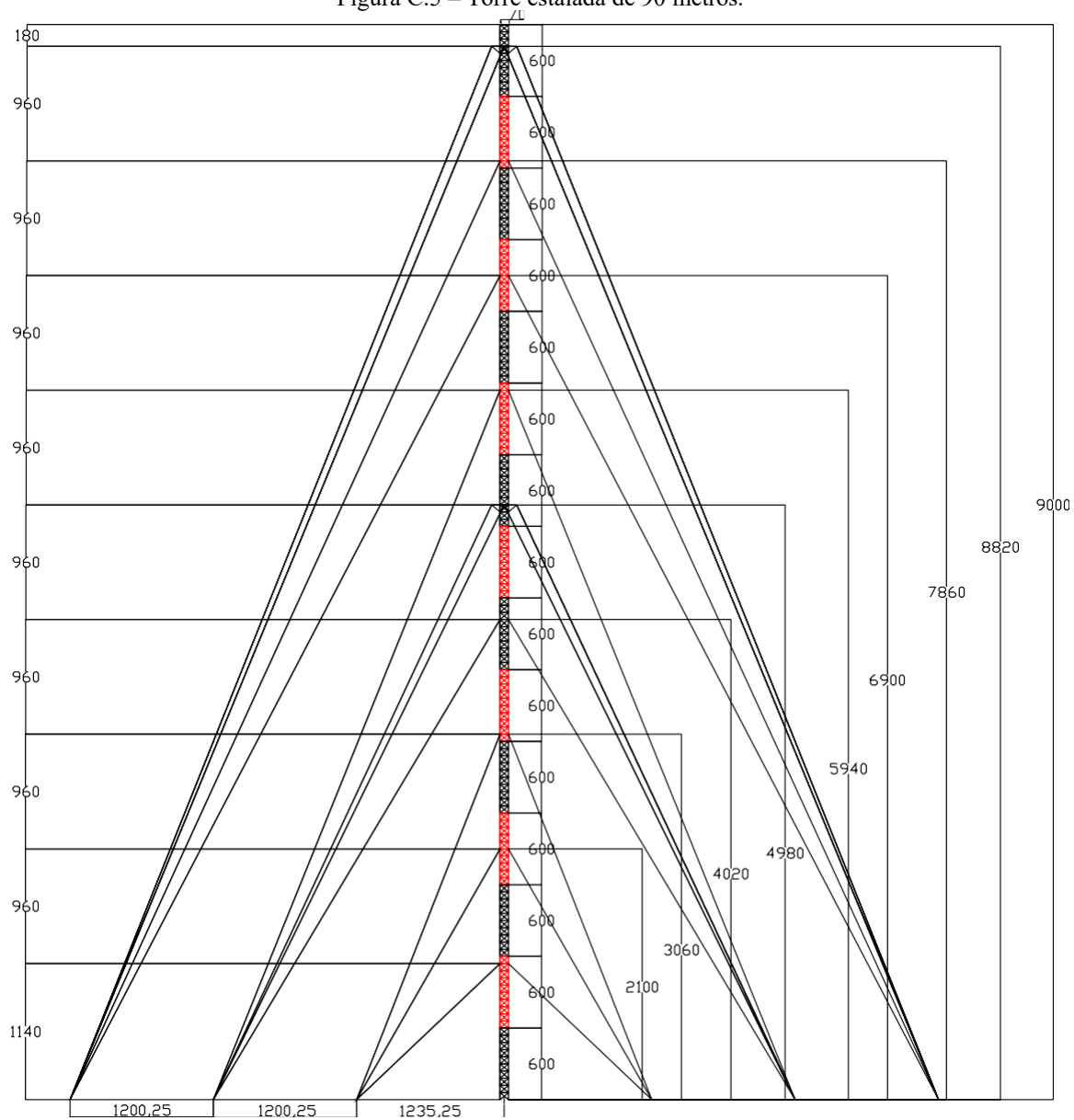
Fonte: Os Autores (2026).

Figura C.4 – Torre estaiada de 70 metros.



Fonte: Os Autores (2026).

Figura C.5 – Torre estaiada de 90 metros.



Fonte: Os Autores (2026).

## D – DEFORMAÇÕES LONGITUDINAIS PARA CABOS

As deformações longitudinais ( $\epsilon$ ) foram determinadas em função do valor do encurtamento (*cut*) e o comprimento do cabo ( $L$ ), conforme apresentadas nas Tabelas D.1 a D.5. Os encurtamentos dos elementos de cabo foram obtidos em relação a altura da torre estaiada, conforme procedimento adotado por Menin (2002) no programa de análise estática AETEQ.

Tabela D.1 – Deformações para cabos da torre de 10 metros.

Torre 10m				
Cabo	Bitola	Deformação( $\epsilon$ )	Cut (cm)	L (cm)
1	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
2	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
3	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
4	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
5	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
6	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
7	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
8	1/4"	0,00103583	1,10	1061,9457
9	1/4"	0,00097313	0,80	822,0911
10	1/4"	0,00097313	0,80	822,0911
11	1/4"	0,00097313	0,80	822,0911
12	1/4"	0,00097313	0,80	822,0911
13	1/4"	0,00087976	0,55	625,1670
14	1/4"	0,00087976	0,55	625,1670
15	1/4"	0,00087976	0,55	625,1670
16	1/4"	0,00087976	0,55	625,1670

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela D.2 – Deformações para cabos da torre de 30 metros.

Torre 30m				
Cabo	Bitola	Deformação( $\epsilon$ )	Cut (cm)	L (cm)
1	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
2	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
3	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
4	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
5	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
6	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
7	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
8	5/16"	0,00121857	4,00	3282,5235
9	5/16"	0,00119696	3,10	2589,8863
10	5/16"	0,00119696	3,10	2589,8863
11	5/16"	0,00119696	3,10	2589,8863
12	5/16"	0,00119696	3,10	2589,8863
13	5/16"	0,00109590	2,20	2007,4887
14	5/16"	0,00109590	2,20	2007,4887
15	5/16"	0,00109590	2,20	2007,4887
16	5/16"	0,00109590	2,20	2007,4887

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela D.3 – Deformações para cabos da torre de 50 metros.

Torre 50m				
Cabo	Bitola	Deformação(ε)	Cut (cm)	L (cm)
1	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
2	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
3	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
4	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
5	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
6	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
7	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
8	5/16"	0,00152010	8,50	5591,7283
9	5/16"	0,00152323	7,50	4923,7486
10	5/16"	0,00152323	7,50	4923,7486
11	5/16"	0,00152323	7,50	4923,7486
12	5/16"	0,00152323	7,50	4923,7486
13	5/16"	0,00151518	6,50	4289,9068
14	5/16"	0,00151518	6,50	4289,9068
15	5/16"	0,00151518	6,50	4289,9068
16	5/16"	0,00151518	6,50	4289,9068
17	5/16"	0,00155927	4,40	2821,8257
18	5/16"	0,00155927	4,40	2821,8257
19	5/16"	0,00155927	4,40	2821,8257
20	5/16"	0,00155927	4,40	2821,8257
21	5/16"	0,00152499	3,30	2163,9547
22	5/16"	0,00152499	3,30	2163,9547
23	5/16"	0,00152499	3,30	2163,9547
24	5/16"	0,00152499	3,30	2163,9547
25	5/16"	0,00134319	2,20	1637,8950
26	5/16"	0,00134319	2,20	1637,8950
27	5/16"	0,00134319	2,20	1637,8950
28	5/16"	0,00134319	2,20	1637,8950

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela D.4 – Deformações para cabos da torre de 70 metros.

Torre 70m				
Cabo	Bitola	Deformação( $\epsilon$ )	Cut (cm)	L (cm)
1	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
2	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
3	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
4	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
5	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
6	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
7	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
8	3/8"	0,00139281	11,00	7897,7018
9	3/8"	0,00139156	10,00	7186,1551
10	3/8"	0,00139156	10,00	7186,1551
11	3/8"	0,00139156	10,00	7186,1551
12	3/8"	0,00139156	10,00	7186,1551
13	3/8"	0,00145186	8,40	5785,6679
14	3/8"	0,00145186	8,40	5785,6679
15	3/8"	0,00145186	8,40	5785,6679
16	3/8"	0,00145186	8,40	5785,6679
17	3/8"	0,00144728	7,30	5043,9521
18	3/8"	0,00144728	7,30	5043,9521
19	3/8"	0,00144728	7,30	5043,9521
20	3/8"	0,00144728	7,30	5043,9521
21	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
22	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
23	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
24	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
25	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
26	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
27	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
28	3/8"	0,00140950	6,10	4327,7679
29	3/8"	0,00149222	4,35	2915,1127
30	3/8"	0,00149222	4,35	2915,1127
31	3/8"	0,00149222	4,35	2915,1127
32	3/8"	0,00149222	4,35	2915,1127
33	3/8"	0,00143771	3,15	2190,9774
34	3/8"	0,00143771	3,15	2190,9774
35	3/8"	0,00143771	3,15	2190,9774
36	3/8"	0,00143771	3,15	2190,9774
37	3/8"	0,00119032	1,90	1596,2086
38	3/8"	0,00119032	1,90	1596,2086
39	3/8"	0,00119032	1,90	1596,2086
40	3/8"	0,00119032	1,90	1596,2086

Fonte: Os Autores (2026).

Tabela D.5 – Deformações para cabos da torre de 90 metros.

Torre 90m				
Cabo	Bitola	Deformação(ε)	Cut (cm)	L (cm)
1	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
2	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
3	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
4	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
5	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
6	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
7	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
8	7/16"	0,00122882	12,50	10172,3780
9	7/16"	0,00122793	11,50	9365,3831
10	7/16"	0,00122793	11,50	9365,3831
11	7/16"	0,00122793	11,50	9365,3831
12	7/16"	0,00122793	11,50	9365,3831
13	7/16"	0,00125939	10,80	8575,5933
14	7/16"	0,00125939	10,80	8575,5933
15	7/16"	0,00125939	10,80	8575,5933
16	7/16"	0,00125939	10,80	8575,5933
17	7/16"	0,00130085	8,90	6841,6665
18	7/16"	0,00130085	8,90	6841,6665
19	7/16"	0,00130085	8,90	6841,6665
20	7/16"	0,00130085	8,90	6841,6665
21	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
22	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
23	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
24	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
25	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
26	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
27	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
28	7/16"	0,00128875	7,75	6013,5921
29	7/16"	0,00123535	6,50	5261,6728
30	7/16"	0,00123535	6,50	5261,6728
31	7/16"	0,00123535	6,50	5261,6728
32	7/16"	0,00123535	6,50	5261,6728
33	7/16"	0,00132885	4,65	3499,2571
34	7/16"	0,00132885	4,65	3499,2571
35	7/16"	0,00132885	4,65	3499,2571
36	7/16"	0,00132885	4,65	3499,2571
37	7/16"	0,00125916	3,40	2700,2222
38	7/16"	0,00125916	3,40	2700,2222
39	7/16"	0,00125916	3,40	2700,2222
40	7/16"	0,00125916	3,40	2700,2222
41	7/16"	0,00107595	2,20	2044,7005
42	7/16"	0,00107595	2,20	2044,7005
43	7/16"	0,00107595	2,20	2044,7005
44	7/16"	0,00107595	2,20	2044,7005

Fonte: Os Autores (2026).

## E – DESLOCAMENTOS TEMPORAIS DE TOPO PARA 20 SÉRIES DE CARREGAMENTO DA TORRE ESTAIADA DE 30 METROS

Neste apêndice, são apresentados os históricos dos deslocamentos nodais de topo para as 20 séries de carregamento no tempo máximo de 600s da torre estaiada de 30 metros. As séries temporais dos deslocamentos foram obtidas através do programa de análise dinâmica ADTEQ, de modo a determinar a série de combinação característica da análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros.

Tabela E-1 – Histórico dos deslocamentos temporais nodais de topo da torre de 30 metros.

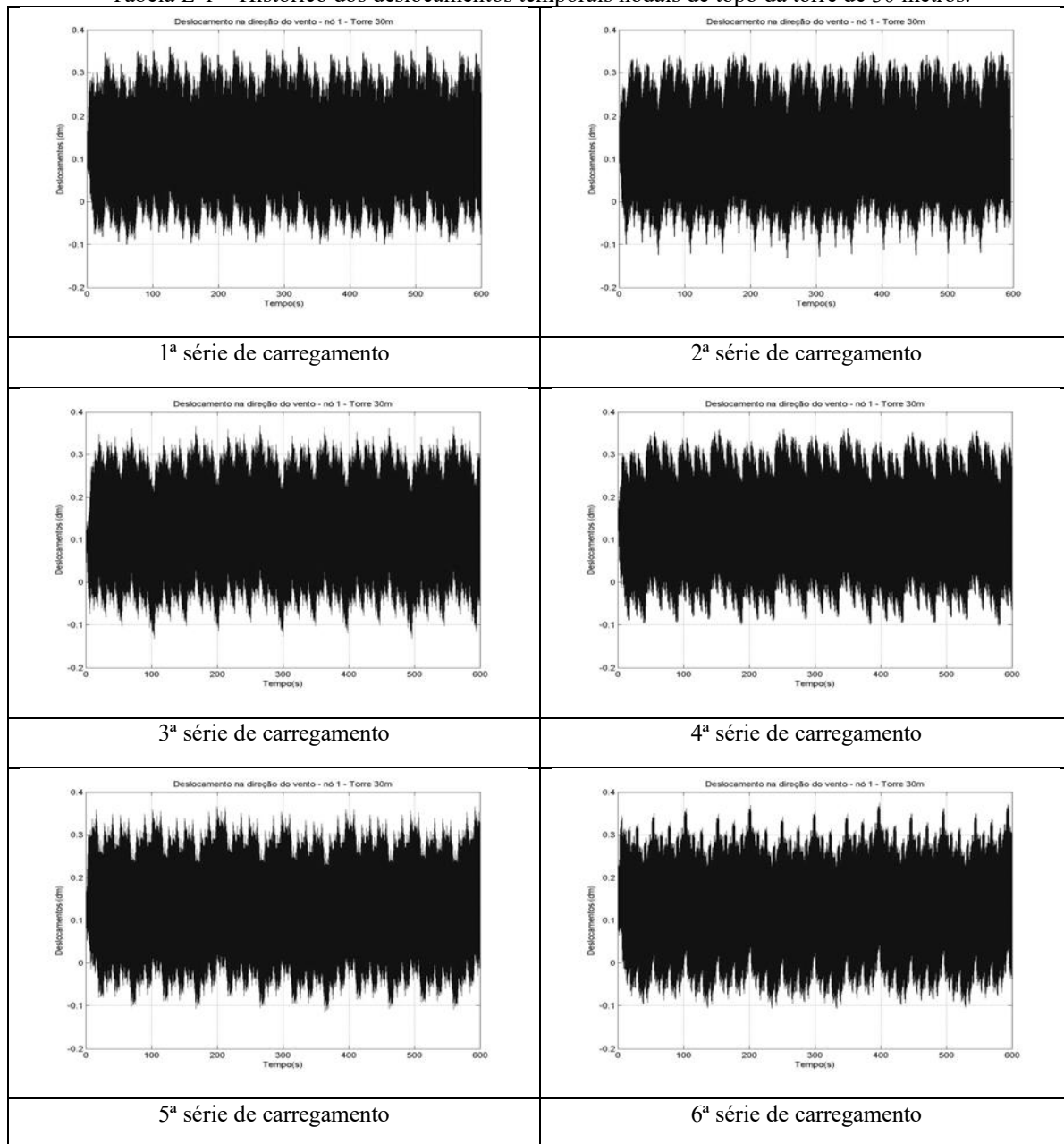


Tabela E-1 – Histórico dos deslocamentos temporais nodais de topo da torre de 30m (continuação).

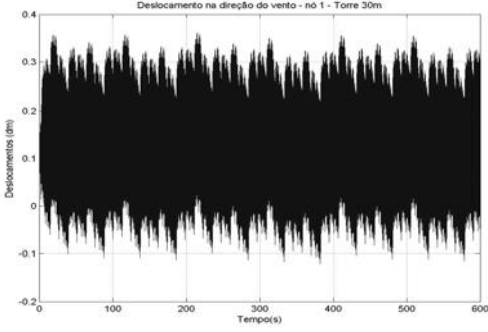
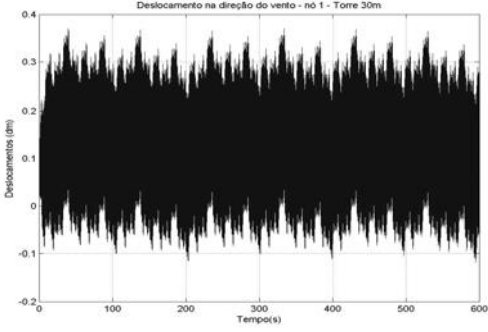
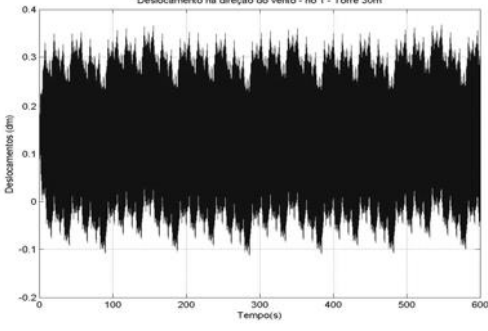
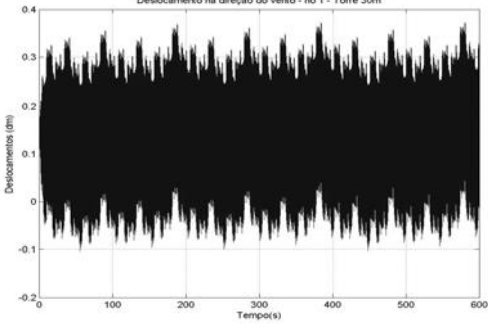
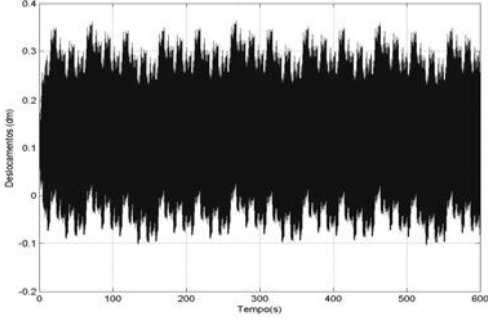
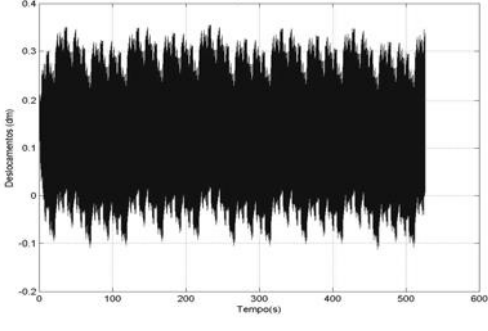
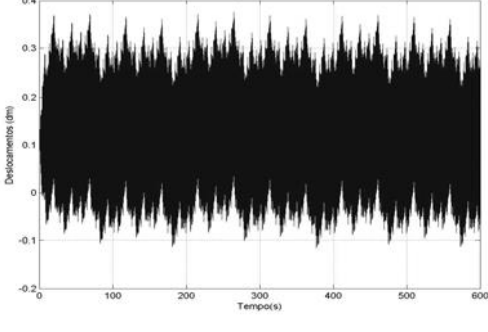
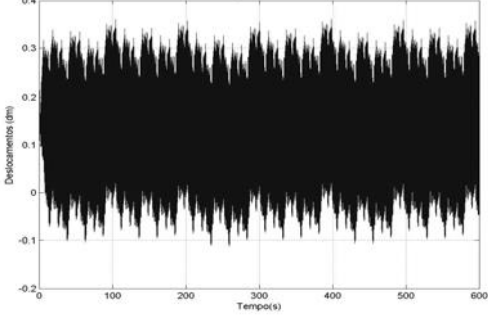
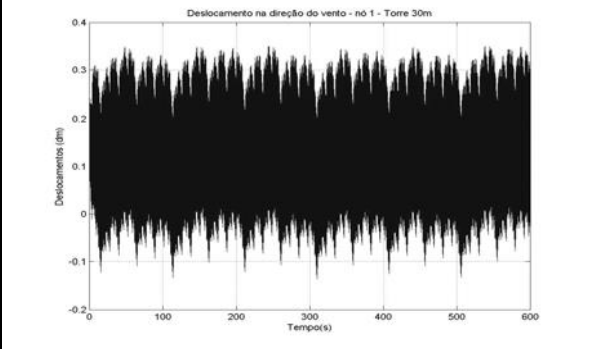
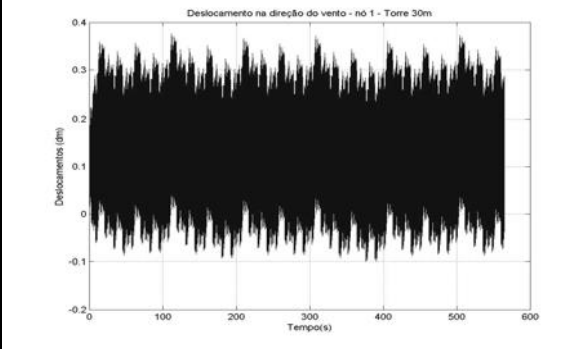
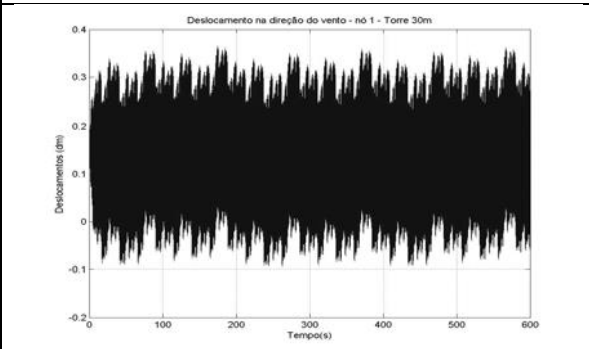
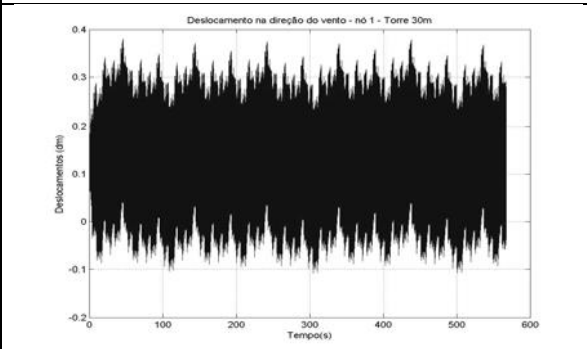
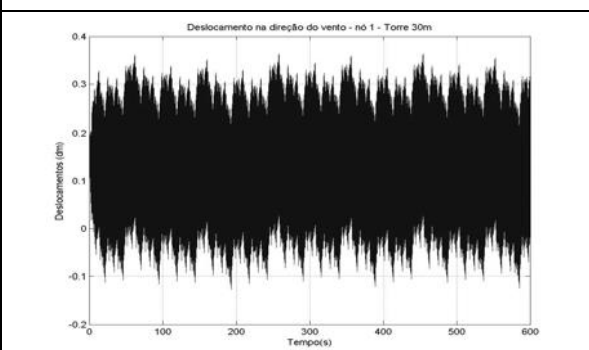
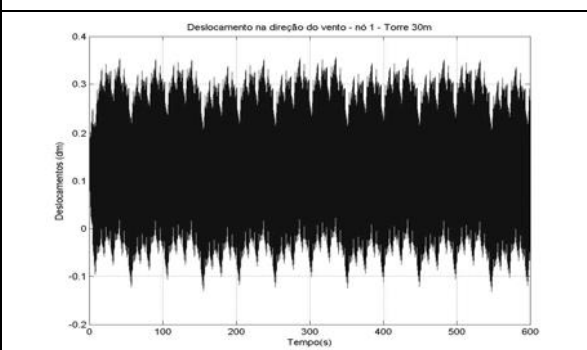
 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>	 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>
7ª série de carregamento	8ª série de carregamento
 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>	 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>
9ª série de carregamento	10ª série de carregamento
 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>	 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>
11ª série de carregamento	12ª série de carregamento
 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>	 <p>Deslocamento na direção do vento - nó 1 - Torre 30m</p> <p>Deslocamentos (dm)</p> <p>Tempo(s)</p>
13ª série de carregamento	14ª série de carregamento

Tabela E-1 – Histórico dos deslocamentos temporais nodais de topo da torre de 30m (continuação).

	
15ª série de carregamento	16ª série de carregamento
	
17ª série de carregamento	18ª série de carregamento
	
19ª série de carregamento	20ª série de carregamento

Fonte: Os Autores (2026).

## F – AMPLITUDES NODAIS DA TORRE ESTAIADA DE 30 METROS

Este apêndice apresenta os valores das amplitudes nodais correspondentes as 14 funções harmônicas da série característica de carregamento para a análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros. As amplitudes foram obtidas do programa RAJADA e são aplicadas aos nós de topo de cada módulo da torre.

Tabela F.1 – Amplitudes nodais para a torre de 30 metros.

Função Harmônica	Nó	Amplitude (kN)
1	41	0,03643912
	42	0,03643912
2	41	0,04590986
	42	0,04590986
3	41	0,05784001
	42	0,05784001
4	41	0,07285985
	42	0,07285985
5	1	0,00858762
	2	0,00858762
	41	0,09172716
	42	0,09172716
	81	0,02080115
	82	0,02080115
6	1	0,02580557
	2	0,02580557
	41	0,11521576
	42	0,11521576
	81	0,06250683
	82	0,06250683
	121	0,02516888
	122	0,02516888
7	1	0,04147112
	2	0,04147112
	41	0,14342255
	42	0,14342255
	81	0,10045226
	82	0,10045226
	121	0,07495418
	122	0,07495418
	161	0,05061183
	162	0,05061183
	201	0,02685485
	202	0,02685485

Tabela F.1 – Amplitudes nodais para a torre de 30 metros (continuação).

Função Harmônica	Nó	Amplitude (kN)
8	1	0,05554957
	2	0,05554957
	41	0,17265250
	42	0,17265250
	81	0,13455340
	82	0,13455340
	121	0,11648713
	122	0,11648713
	161	0,09843676
	162	0,09843676
	201	0,07734006
	202	0,07734006
9	1	0,06323547
	2	0,06323547
	41	0,18706706
	42	0,18706706
	81	0,15317036
	82	0,15317036
	121	0,14043712
	122	0,14043712
	161	0,12697601
	162	0,12697601
	201	0,10818215
	202	0,10818215
10	1	0,05600932
	2	0,05600932
	41	0,16179081
	42	0,16179081
	81	0,13566701
	82	0,13566701
	121	0,12761275
	122	0,12761275
	161	0,11860676
	162	0,11860676
	201	0,10410981
	202	0,10410981
11	1	0,03728982
	2	0,03728982
	41	0,10646411
	42	0,10646411
	81	0,09032422
	82	0,09032422
	121	0,08599762
	122	0,08599762
	161	0,08093873
	162	0,08093873
	201	0,07197749
	202	0,07197749

Tabela F.1 – Amplitudes nodais para a torre de 30 metros (continuação).

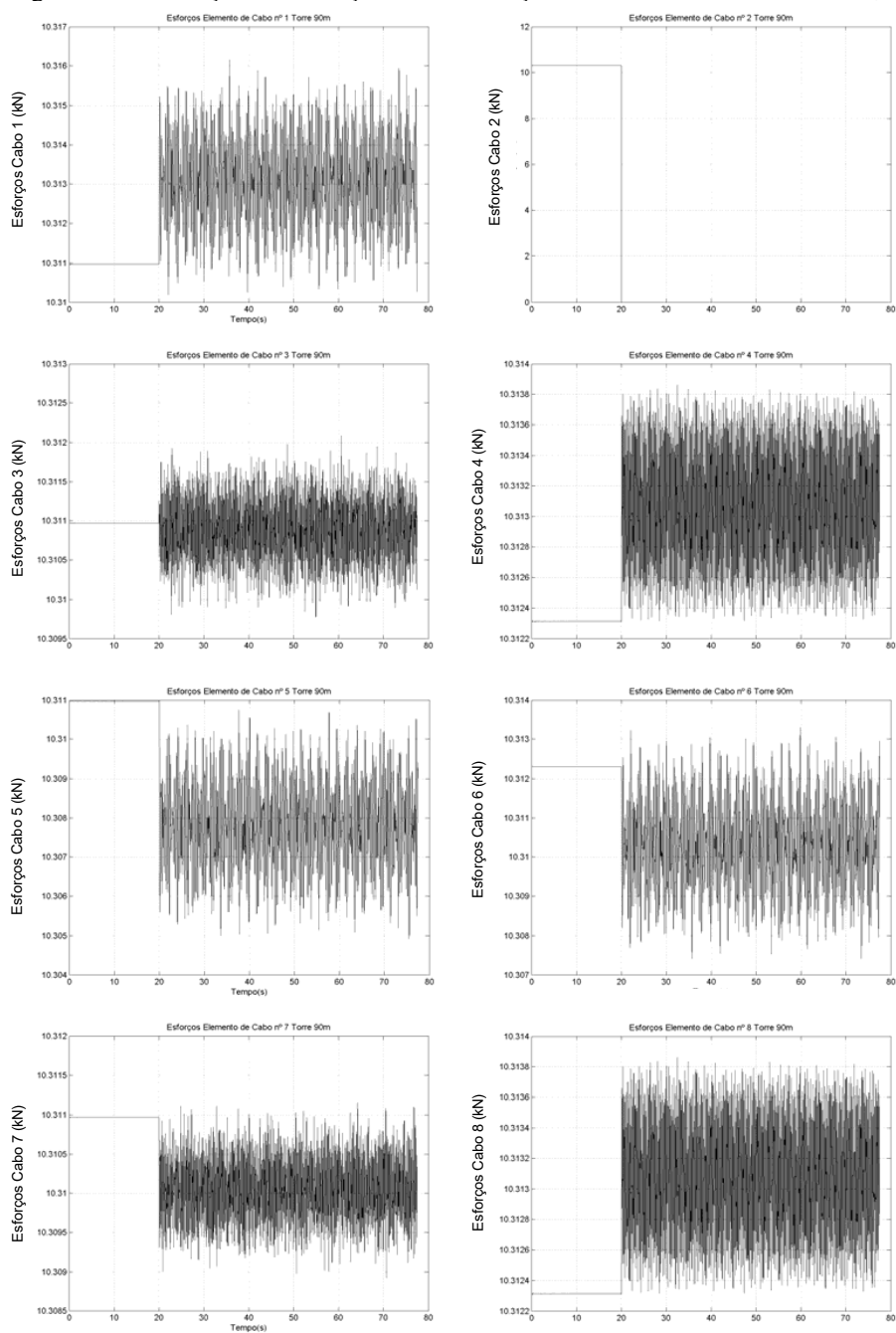
Função	Nó	Amplitude (kN)
Harmônica		
12	1	0,02064727
	2	0,02064727
	41	0,05860810
	42	0,05860810
	81	0,05001230
	82	0,05001230
	121	0,04789844
	122	0,04789844
	161	0,04535229
	162	0,04535229
	201	0,04057832
	202	0,04057832
13	1	0,01063707
	2	0,01063707
	41	0,03010669
	42	0,03010669
	81	0,02576534
	82	0,02576534
	121	0,02474828
	122	0,02474828
	161	0,02350166
	162	0,02350166
	201	0,02109017
	202	0,02109017
14	1	0,00536350
	2	0,00536350
	41	0,01515877
	42	0,01515877
	81	0,01299159
	82	0,01299159
	121	0,01249682
	122	0,01249682
	161	0,01188458
	162	0,01188458
	201	0,01068068
	202	0,01068068

Fonte: Os Autores (2026).

## G – VARIAÇÃO DOS ESFORÇOS AXIAIS DE TRAÇÃO DOS CABOS DA TORRE DE 90 METROS APÓS RUPTURA DO CABO 2

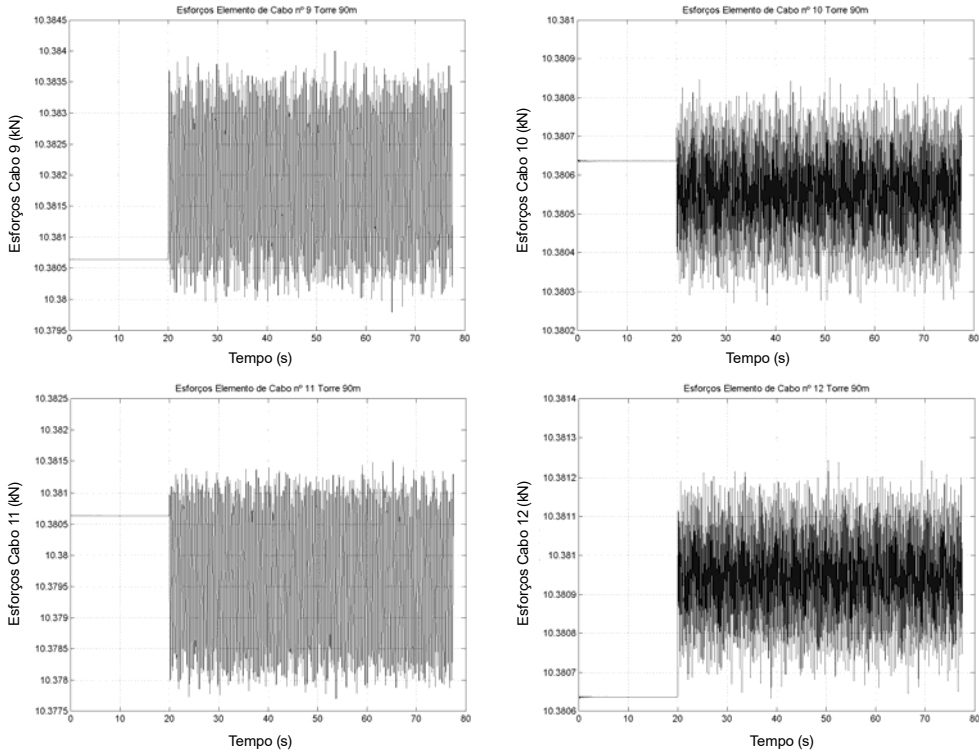
Este apêndice apresenta os gráficos referentes às variações dos esforços axiais de tração dos cabos intactos da torre estaiada de 90m. Os esforços foram obtidos do programa de análise dinâmica ADTEQ para um tempo máximo de 80s após a ruptura do cabo 2.

Figura G.1 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 88,20m.



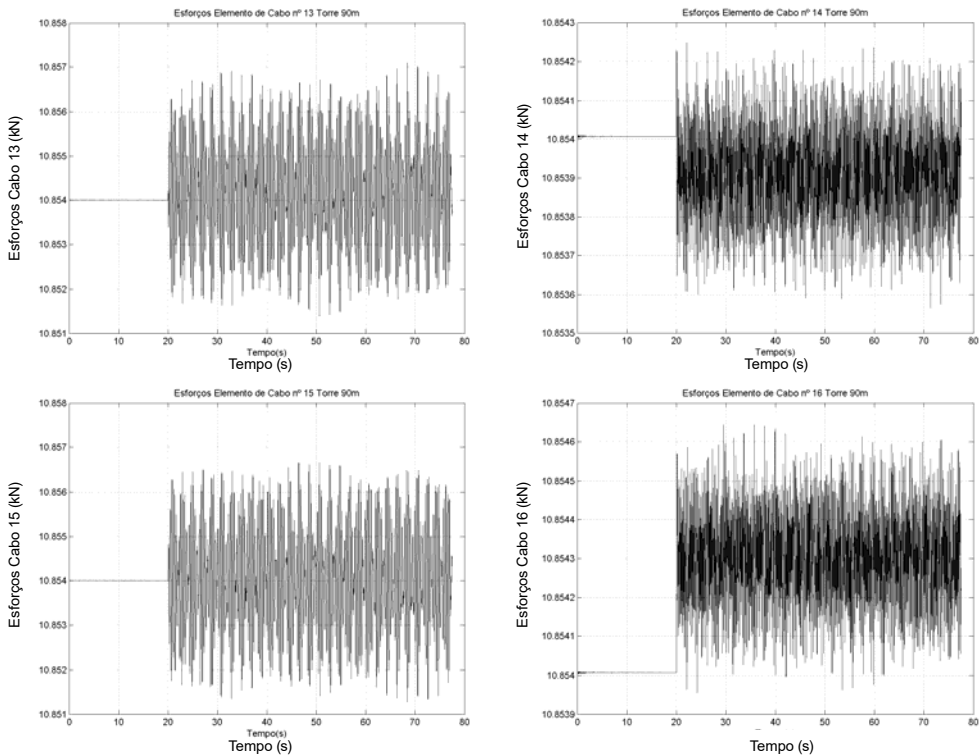
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.2 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 78,60m.



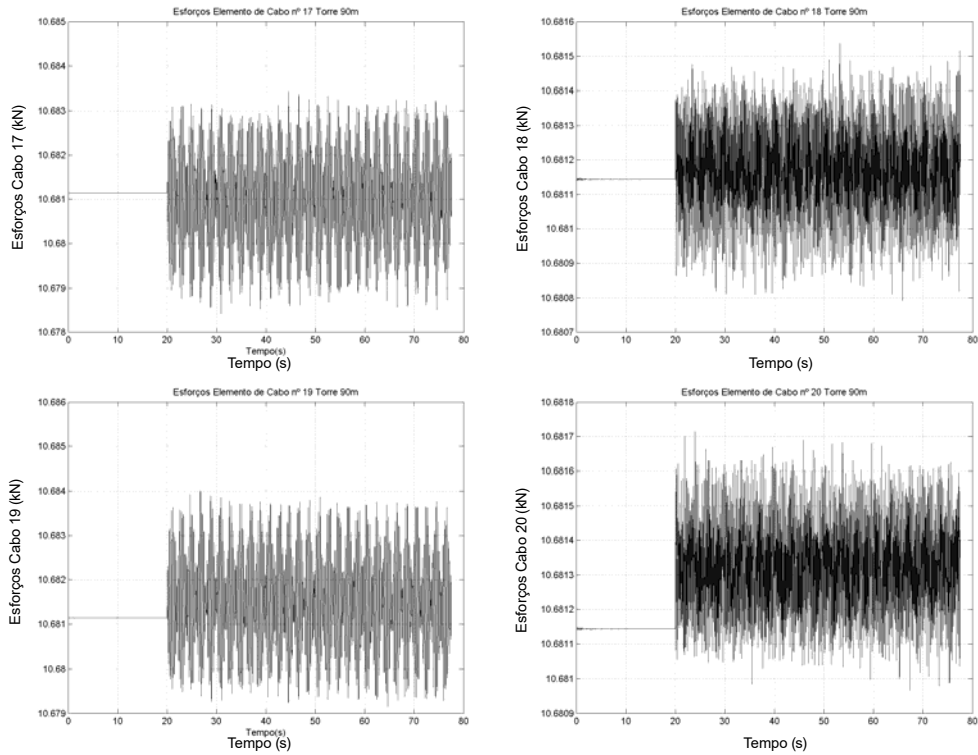
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.3 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 69,00m.



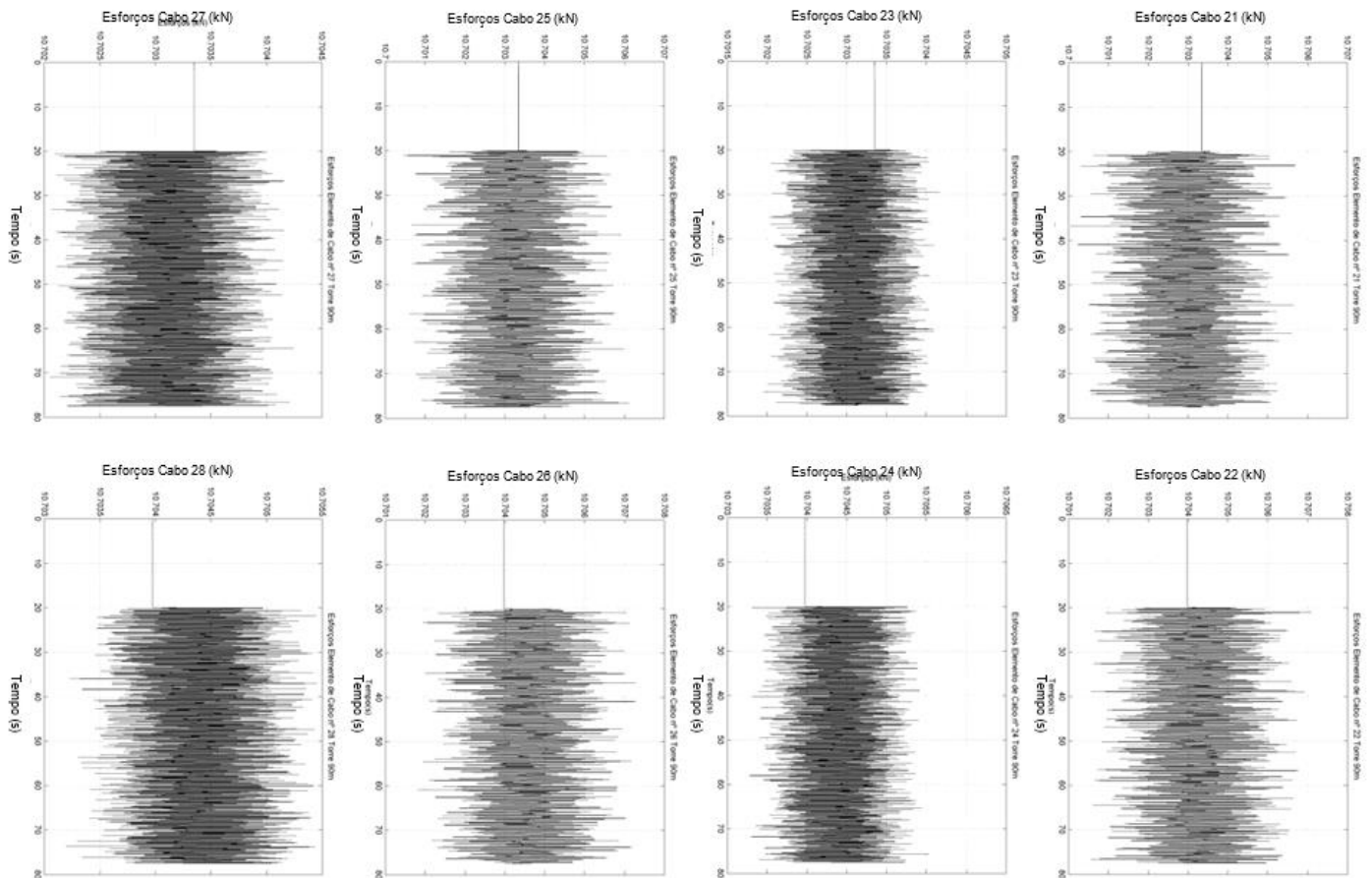
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.4 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 59,40m.



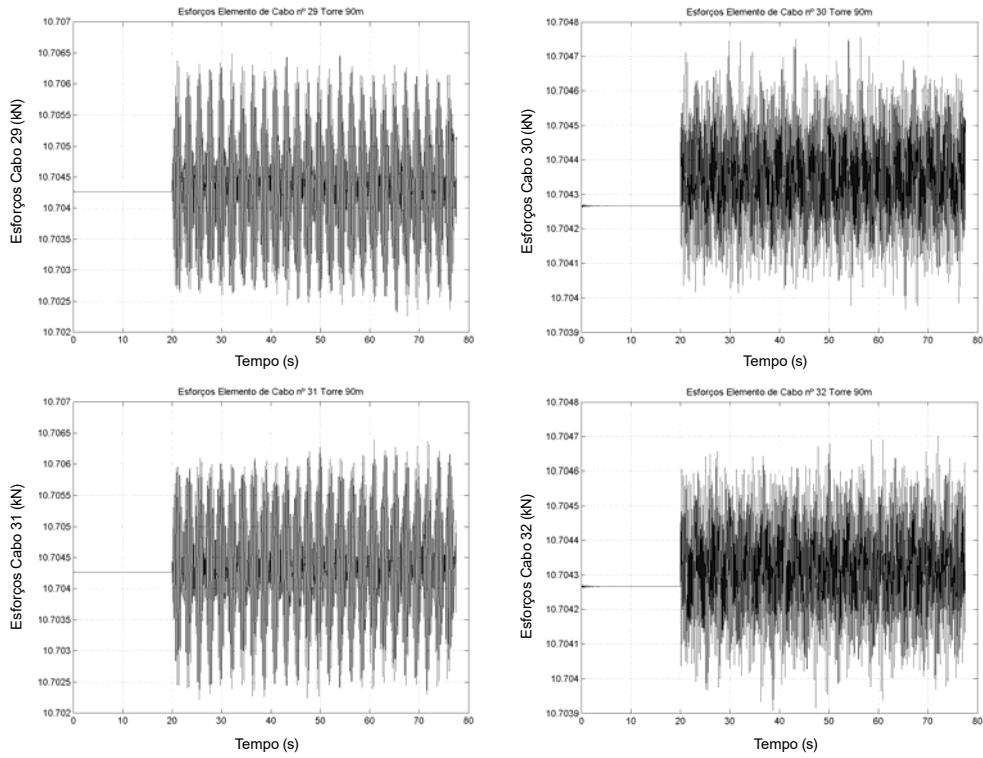
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.5 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 49,80m.



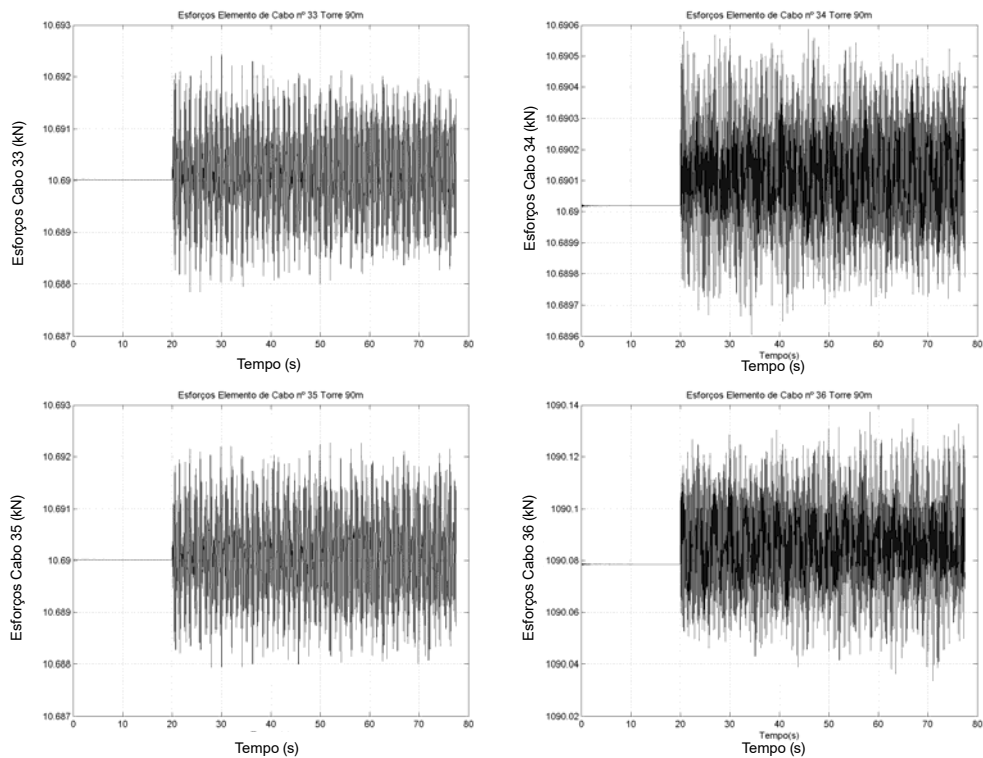
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.6 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 40,20m.



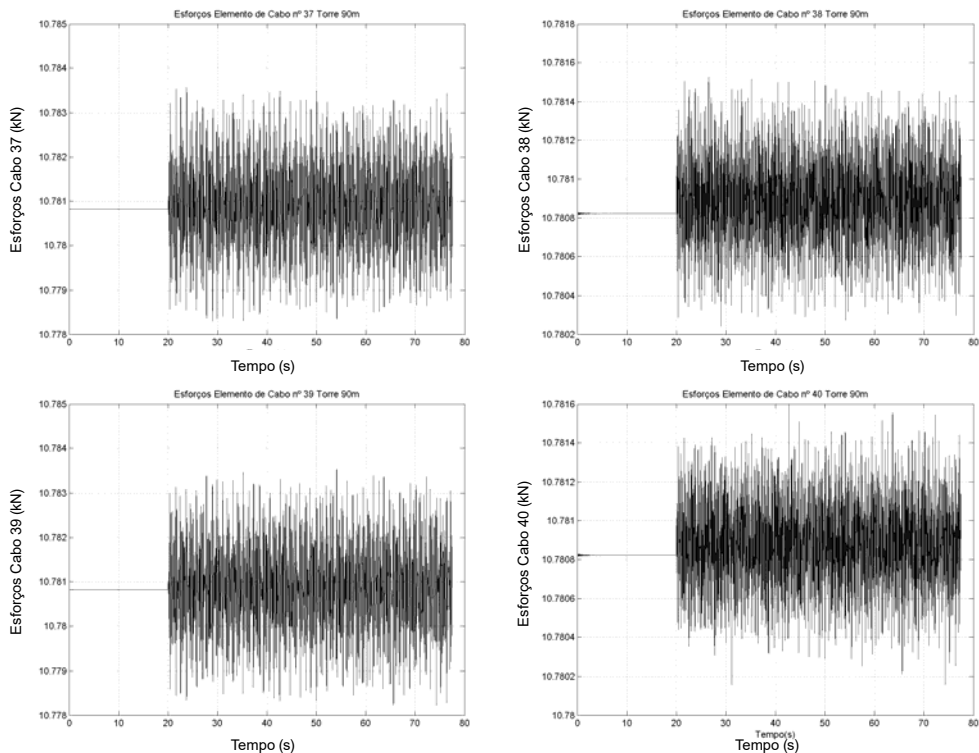
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.7 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 30,60m.



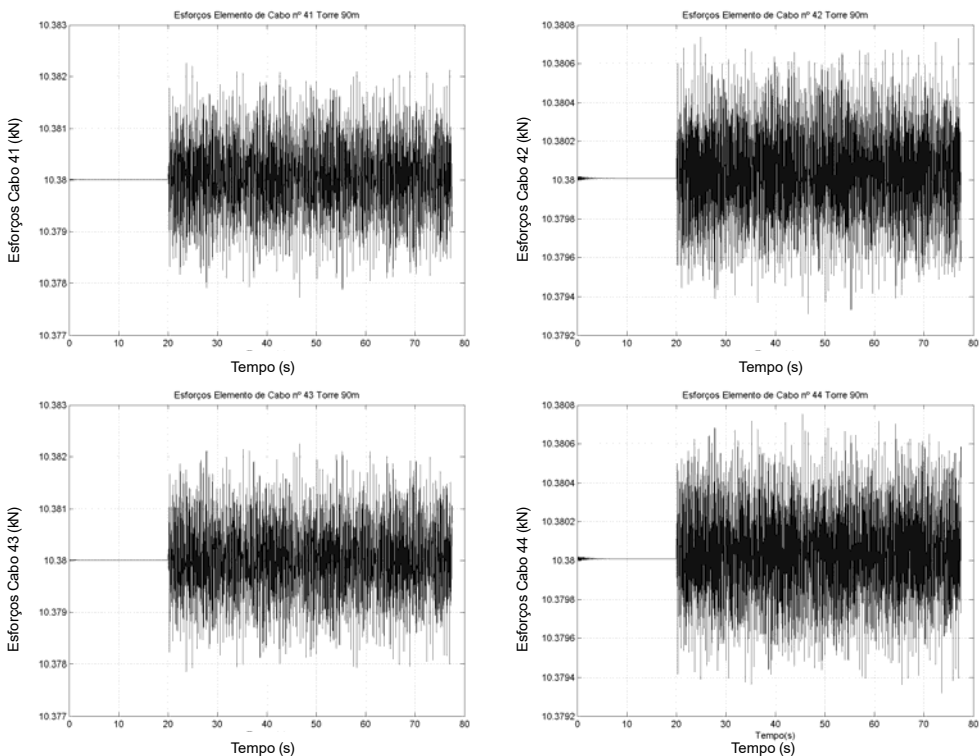
Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.8 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 21,00m.



Fonte: Os Autores (2026).

Figura G.9 – Variação dos esforços axiais de tração dos cabos situados na cota 11,40m.

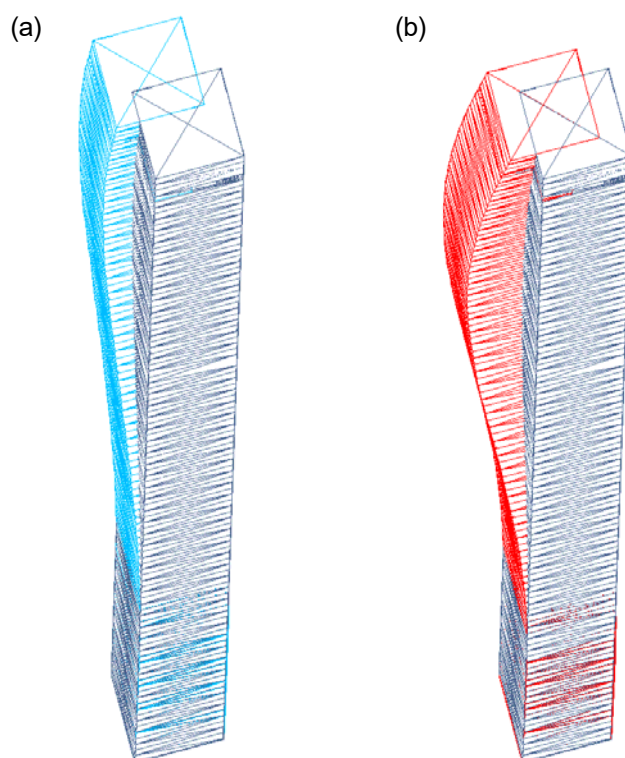


Fonte: Os Autores (2026).

## H – MODOS DE VIBRAÇÃO APÓS RUPTURA DE CABO DA TORRE ESTAIADA DE 50 METROS

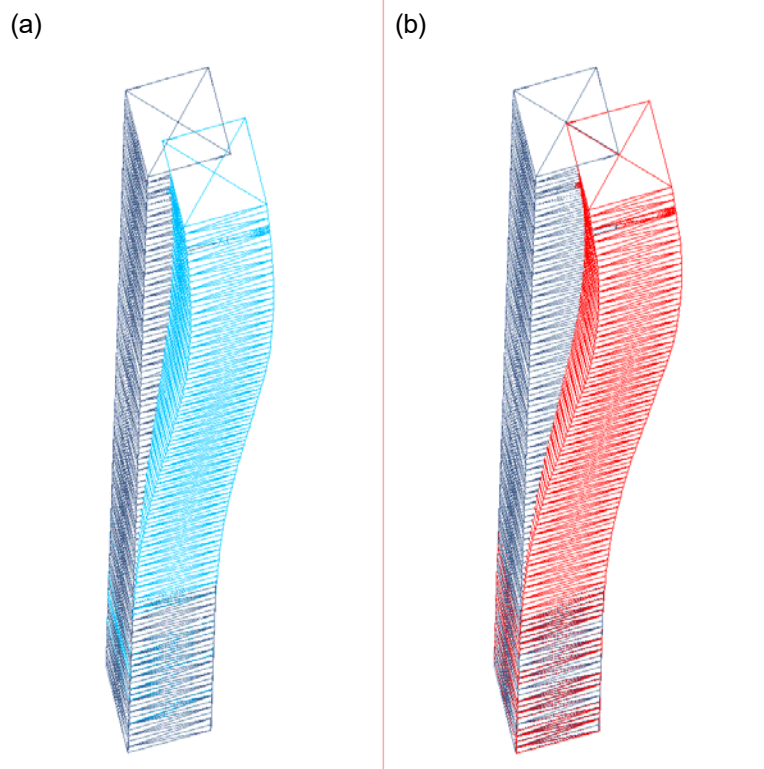
Neste apêndice são apresentados os seis primeiros modos de vibração da torre estaiada de 50 metros, sendo comparados aos modos de vibração na ocasião do rompimento do elemento de cabo de número 28, fixado na torre na cota de 8,50m e pertencente ao primeiro nível de ancoragem de cabos na estrutura. Para uma melhor representação dos modos de vibração da torre, os desenhos foram apresentados sem os elementos de cabo e os dispositivos anti-torção.

Figura H.1 – Comparação entre o modo fundamental de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



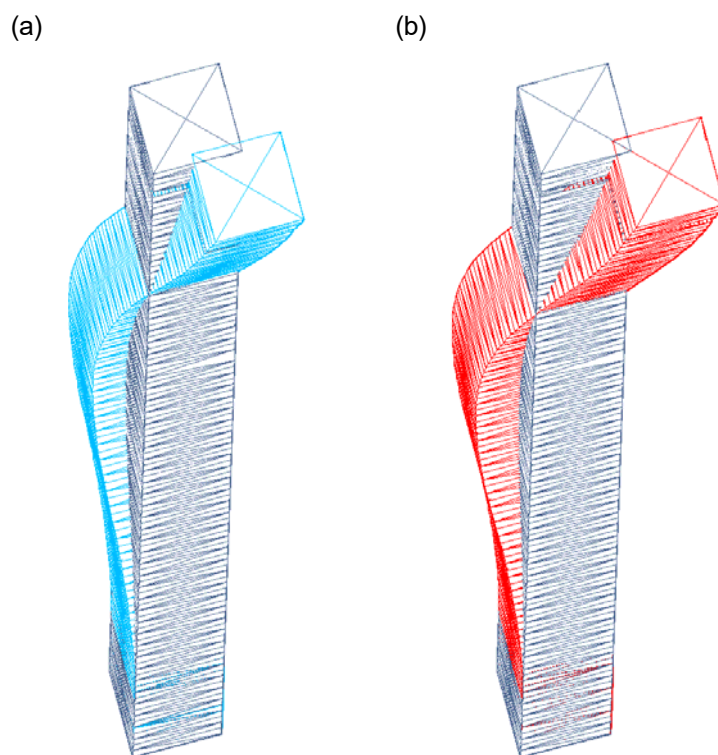
Fonte: Os Autores (2026).

Figura H.2 – Comparação entre o 2º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



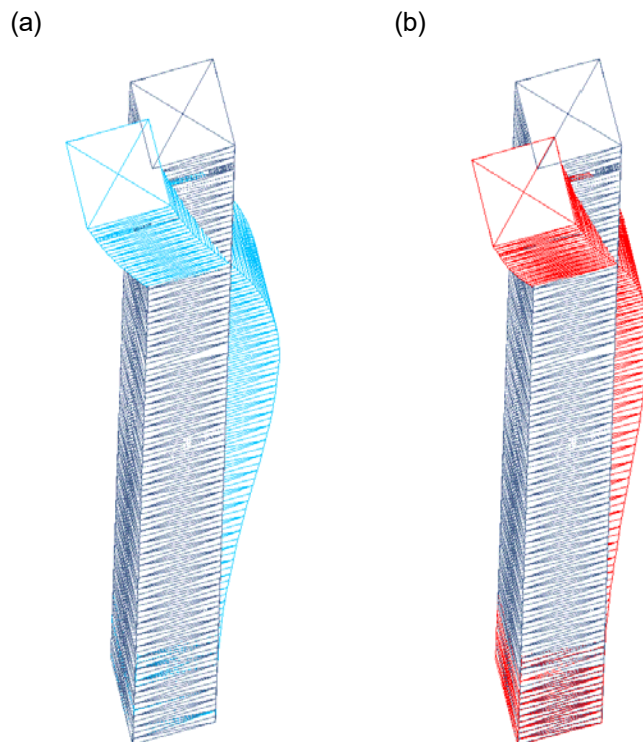
Fonte: Os Autores (2026).

Figura H.3 – Comparação entre o 3º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



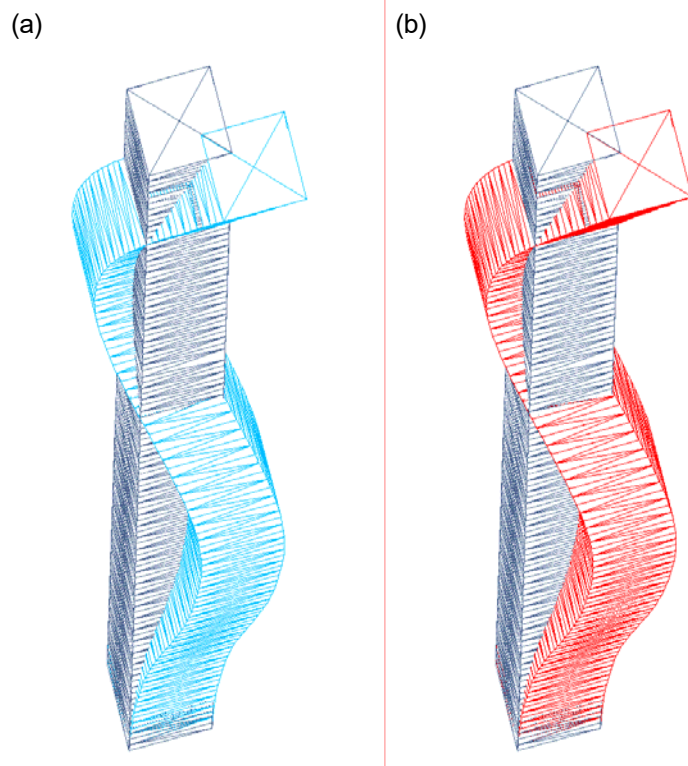
Fonte: Os Autores (2026).

Figura H.4 – Comparação entre o 4º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



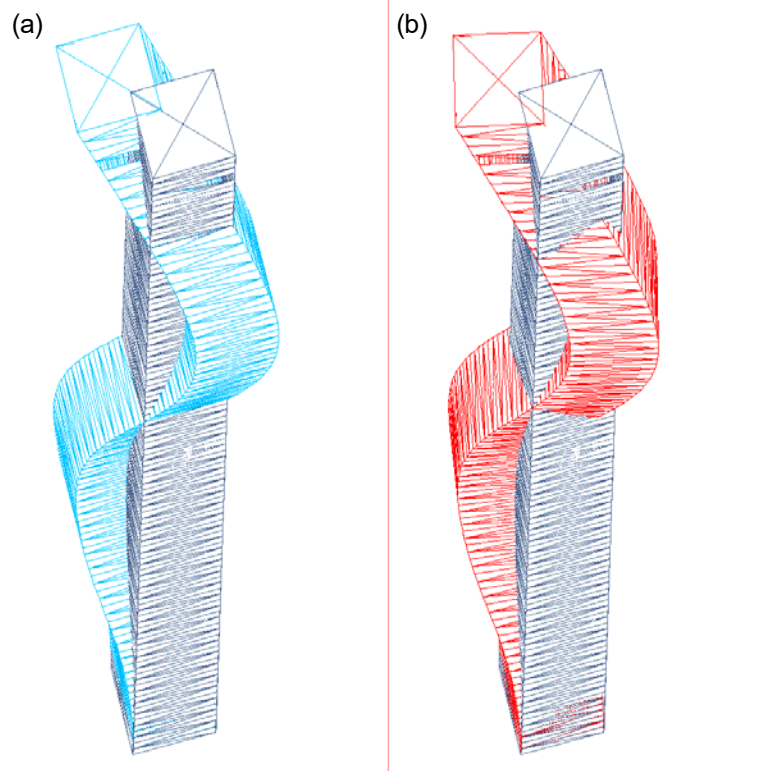
Fonte: Os Autores (2026).

Figura H.5 – Comparação entre o 5º modo de vibração para a torre intacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



Fonte: Os Autores (2026).

Figura H.6 – Comparação entre o 6º modo de vibração para a torre íntacta (a) e para a torre com ruptura de cabo (b).



Fonte: Os Autores (2026).

## I – ANÁLISES ESTÁTICA, DINÂMICA E MODAL DE TORRES ESTAIADAS UTILIZANDO O PROGRAMA SAP2000

### DEFINIÇÃO DO MODELO DE TORRES ESTAIADAS

Para o desenvolvimento da análise estática, modal e dinâmica de torres estaiadas no programa SAP2000, utilizou-se inicialmente um arquivo de entrada de dados (extensão *s2k*), composto por blocos de comando, de modo a obter a geometria da estrutura e posterior visualização na tela do programa. Posteriormente, procedeu-se à inclusão das propriedades físicas e geométricas dos elementos de cabo e barra através das interfaces gráficas.

O arquivo de entrada de dados (*s2k*) efetua a geração da geometria da estrutura a partir da leitura de blocos de comandos (*table*) contendo os parâmetros referentes à conectividade e coordenadas nodais dos elementos de cabo e barra. A estrutura do arquivo de entrada de dados, com os respectivos comandos utilizados em cada bloco, é apresentada e comentada a seguir:

1. *Table: "Program Control"*

*ProgramName=SAP2000 Version=10.0.1 ProgLevel=Advanced CurrUnits="Kgf, cm, C"*

2. *Table: "Active Degrees Of Freedom"*

*UX=Yes UY=Yes UZ=Yes RX=No RY=No RZ=No*

3. *Table: "Coordinate Systems"*

*Name=GLOBAL Type=Cartesian X=0 Y=0 Z=0*

4. *Table: "Joint Coordinates"*

*Joint=.... CoordSys=GLOBAL CoordType=Cartesian XorR=.... Y=.... Z=.... SpecialJt=No*

5. *Table: "Connectivity – Frame"*

*Frame=.... JointI=.... JointJ=.....IsCurved=No*

6. *Table: "Connectivity – Cable"* *Cable=.... JointI=.... JointJ=....*

7. *Table: "Joint Restraint Assignments"*

*Joint=.....U1=Yes U2=Yes U3=Yes R1=Yes R2=Yes R3=Yes*

8. *Table: "Cable Shape Data"*

*Cable=.... CableType="Undeformed Length" NumSegs=1*

O bloco *Program Control* (1) apresenta os comandos que indicam a versão do programa e que definem as unidades a serem utilizadas no modelo computacional.

O bloco *Active Degrees Of Freedom* (2) ativa os graus de liberdade existente de acordo com o tipo de estrutura analisada, cuja opção específica – *Yes* – ativa os graus de liberdade existentes para três translações espaciais  $UX$ ,  $UY$ , e  $UZ$  correspondentes à treliça espacial.

O bloco *Coordinate Systems* (3) indica o tipo de sistema de coordenada como global, que é definido como tridimensional retangular e com a origem indicada nas coordenadas  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . O sistema é mutuamente perpendicular e satisfaz a regra da mão-direta. Neste trabalho, a orientação do sistema de coordenada local para cada elemento foi assumido como padrão (*default*) do programa, onde os eixos do sistema local são denotados como 1, 2 e 3 e seguem a regra da mão-direta, conforme descritos abaixo:

- O eixo local 1 é sempre direcionado ao longo do comprimento do elemento;
- O eixo local 2 é definido como paralelo ao sentido do eixo global  $+Z$ , a menos que o elemento seja vertical, neste caso o eixo local 2 é tomado como paralelo ao sentido do eixo global  $+X$ ;
- O eixo local 3 é sempre horizontal e paralelo ao plano global  $X$ - $Y$ ;
- O plano local 1-2 é definido como vertical e paralelo ao eixo global  $Z$ .

O bloco *Joint Coordinates* (4) fornece as coordenadas de todos os nós pertencentes à estrutura em relação a um sistema cartesiano de eixos espaciais. Para o caso do nó definido como não especial no item *SpecialJt*, a interface gráfica do programa sempre irá apagá-lo desde que não se encontre conectado a um objeto.

Os blocos *Connectivity – Frame* (5) e *Connectivity – Cable* (6) fornecem a conectividade nodal dos elementos de barra (*frame*) e de cabo (*cable*) da estrutura, possibilitando a definição do elemento de barra como curvo.

O bloco *Joint Restraint Assignments* (7) indica as restrições dos graus de liberdade correspondentes aos nós de apoio da base da estrutura e de ancoragem dos elementos de cabo.

No bloco *Cable Shape Data* (8), o elemento de cabo é modelado com comprimento reto (*Undeformed Length*) e conectado a dois nós, podendo ser dividido em múltiplos segmentos retos (*NumSegs*).

Após a entrada de dados no arquivo de extensão *s2k*, para a geração e visualização da estrutura no programa, o procedimento seguinte consiste em definir as propriedades correspondentes ao tipo de material empregado nas seções transversais de elementos de barra e cabo como também as propriedades relacionados à geometria.

As Figuras I.1 a I.3 apresentam as interfaces gráficas utilizadas para a inclusão das propriedades materiais e geométricas da estrutura.

As propriedades materiais utilizadas pelas seções transversais de elementos de barra e de cabo são

especificadas conforme itens abaixo e apresentadas a seguir conforme a interface gráfica mostrada na Figura I.1.

- Comportamento do tipo de material definido como isotrópico;
- Módulo de elasticidade utilizado para o cálculo da rigidez axial;
- Massa por unidade de volume para o cálculo da massa do elemento;
- Peso por unidade de volume para o cálculo do peso próprio do elemento;
- Tensões de escoamento e ruptura do material;
- Tipo de material (aço, concreto, alumínio, etc.) adotado para o elemento.

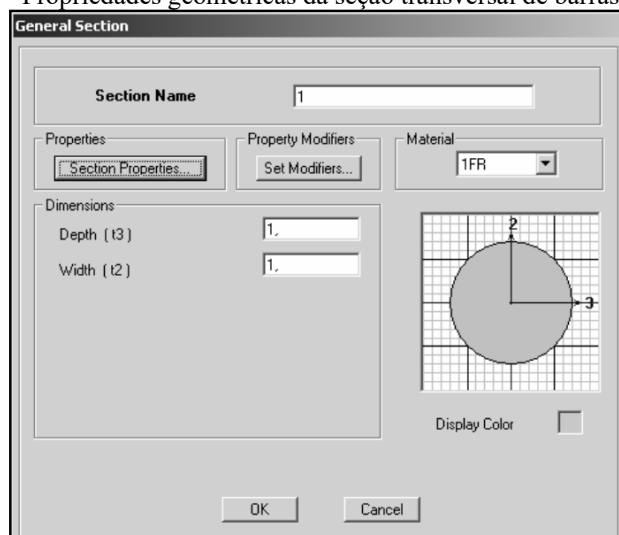
Figura I.1 – Parâmetros para definição de materiais (SAP2000).

Material Property Data	
Material Name	1FR
Display Color	Color
Type of Material	Type of Design
<input checked="" type="radio"/> Isotropic	Design
<input type="radio"/> Orthotropic	Steel
<input type="radio"/> Anisotropic	
<input type="radio"/> Uniaxial	
Analysis Property Data	
Mass per unit Volume	7.547E-06
Weight per unit Volume	7.396E-03
Modulus of Elasticity	2039000
Poisson's Ratio	0.3
Coeff of Thermal Expansion	0
Shear Modulus	784230.8
Design Property Data (AISC-LRFD99)	
Minimum Yield Stress, Fy	2531.0507
Minimum Tensile Stress, Fu	4077.8038
Advanced Material Property Data	
Time Dependent Properties...	
Material Damping Properties...	
Stress-Strain Curve Definitions...	
OK	
Cancel	

Fonte: Os Autores (2026).

Os parâmetros relacionados às propriedades geométricas da seção transversal (*Section Properties*) de elementos de barra (*frame*) são apresentados conforme Figura I.2. As propriedades geométricas assumidas na interface gráfica da Figura I.2 são vinculadas às propriedades materiais descritas anteriormente, conforme especificado no item *Material* da mesma figura.

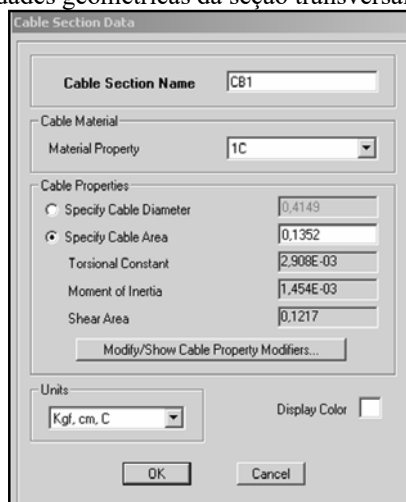
Figura I.2 – Propriedades geométricas da seção transversal de barras (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

As propriedades geométricas associadas às seções transversais para elementos de cabo de torres estaiadas são indicadas conforme o bloco apresentado na Figura I.3. As propriedades geométricas assumidas neste bloco correspondem, entre elas, ao valor da área da seção transversal dos elementos de cabo, que são vinculadas as propriedades do material, cadastradas anteriormente, conforme a indicação do item *Material Property* do bloco da Figura I.3.

Figura I.3 – Propriedades geométricas da seção transversal de cabos (SAP2000).



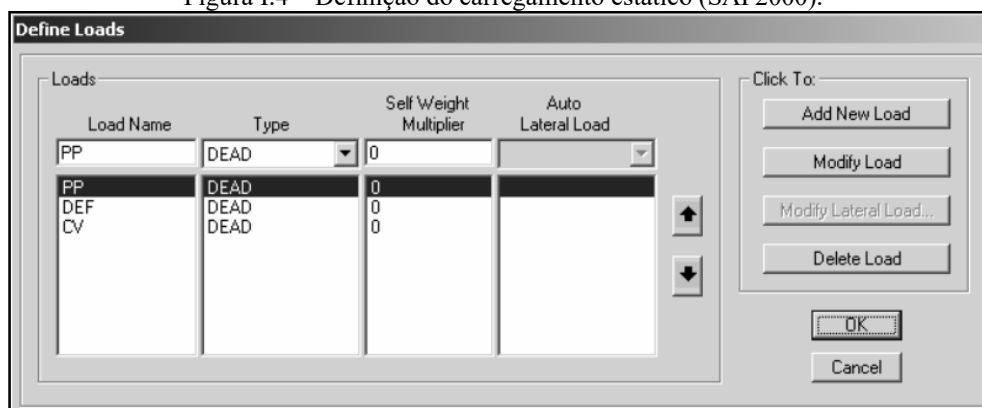
Fonte: Os Autores (2026).

## ANÁLISE ESTÁTICA DE TORRES ESTAIADAS NO PROGRAMA SAP2000

Após a geração da estrutura e a definição das propriedades físicas e geométricas das seções transversais de barras e cabos nas interfaces gráficas do programa SAP2000, procedeu-se à análise do comportamento estático de torres estaiadas submetidas ao perfil de carregamento do vento, conforme descrito no Capítulo 5.

O procedimento para a análise estática no programa SAP2000 inicia com a definição dos vários tipos de carregamento incidentes na estrutura. Entre os carregamentos incidentes podemos destacar: a carga de vento (CV), o peso próprio (PP) e as deformações de cabos (DEF), que correspondem neste caso às forças de pré-tensionamento iniciais. Estas cargas foram definidas como permanentes (*dead*) e incluídas na interface gráfica apresentada na Figura I.4.

Figura I.4 – Definição do carregamento estático (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

De modo a considerar o efeito da carga de gravidade (*gravity load*) no cálculo do peso próprio da estrutura, adotou-se valores nulos para o item relacionado ao coeficiente multiplicador de peso próprio (*self weight multiplier*) da interface gráfica da Figura I.4. O programa SAP2000 permite também o cálculo do peso próprio pela inclusão do coeficiente de valor 1 associado a um tipo de carga, este procedimento difere do anterior por considerar que o peso próprio age igualmente em todos os elementos da estrutura e sempre no sentido  $-Z$  do eixo global, ao contrário da carga de gravidade que possui diferentes magnitudes e direção para cada elemento da estrutura.

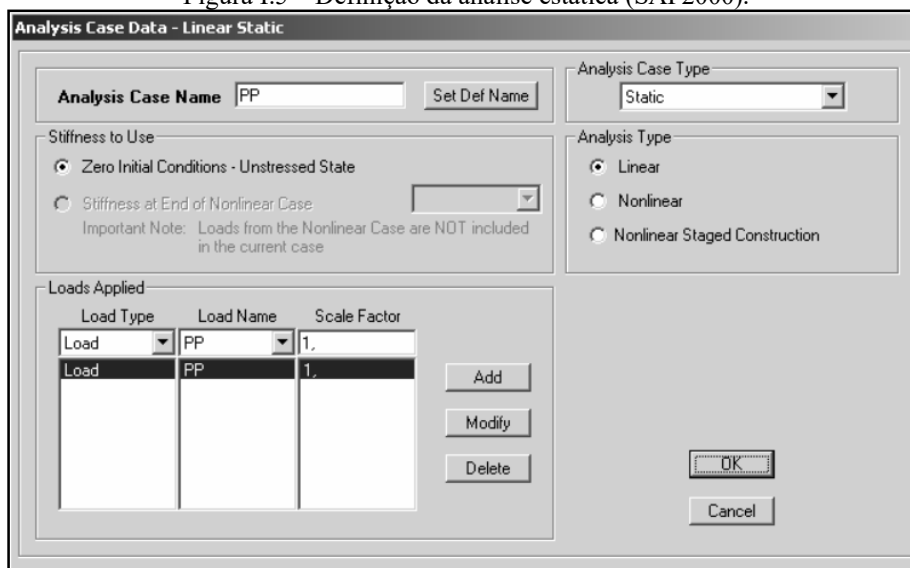
Os valores referentes ao carregamento de vento (CV) foram obtidos do programa de análise estática AETEQ e aplicados posteriormente aos nós pertencentes à cota superior de cada módulo da torre estaiada, conforme esquematizado na Figura 5.2.

Os valores da deformação (DEF), referente ao pré-tensionamento dos elementos de cabo, foram calculados pela relação entre o valor do encurtamento (*cut*) e o comprimento do cabo ( $L$ ), conforme apresentado no Apêndice D. Os encurtamentos adotados para a determinação do pré-tensionamento foram calculados em função da altura da torre estaiada, conforme procedimento adotado por Menin (2002) no programa de análise estática AETEQ.

Após a definição dos carregamentos, procedeu-se com a definição dos parâmetros relacionados ao tipo de análise considerada na estrutura. A interface *Analysis Case Data*, apresentada na Figura I.5, permite a definição de como o carregamento é aplicado (estática ou dinamicamente), como a estrutura responde

(linear ou não-linearmente), e como a análise pode ser executada (modal ou integração numérica). A análise estática pode ser aplicada a um simples carregamento, conforme adotado nesta pesquisa, ou a combinação de vários carregamentos.

Figura I.5 – Definição da análise estática (SAP2000).

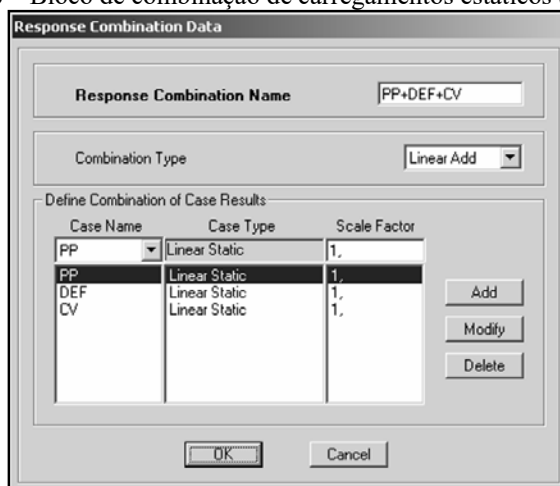


Fonte: Os Autores (2026).

Para a análise estática referente ao carregamento do vento e deformação, o procedimento é idêntico ao apresentado na interface da Figura I.5, o que permite obter as respostas de cada carregamento agindo isoladamente na estrutura.

Os resultados obtidos da análise estática, para cada carregamento agindo isoladamente na estrutura, podem ser combinados através da definição do bloco de combinação de cargas, conforme a interface gráfica apresentada na Figura I.6.

Figura I.6 – Bloco de combinação de carregamentos estáticos (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

Os resultados para um bloco de combinação incluem os deslocamentos nodais como também as tensões internas nos elementos da estrutura. Cada bloco de combinação de carga produz um par de valores – um máximo e um mínimo – dependendo do tipo de análise. Para o caso da análise estática, o bloco de combinação fornece apenas um valor de resposta, ou seja, os valores máximos e mínimos são iguais.

Na opção *Combination Type* da interface acima, são disponíveis quatro tipos de combinação. Para cada resposta individual (forças, tensões ou deslocamentos) o par de valores pode ser calculado como segue:

- *Linear Add*: A combinação máxima é uma combinação linear algébrica dos valores máximos de cada caso. Similarmente, a combinação mínima é uma combinação linear algébrica dos valores mínimos de cada caso;
- *Absolute Type*: A combinação máxima é a soma dos valores máximos absolutos de cada caso. A combinação mínima é o valor negativo da combinação máxima;
- *SRSS*: A combinação máxima é o quadrado da soma dos valores máximos absolutos de cada caso. A combinação mínima é o valor negativo da combinação máxima;
- *Envelope*: A combinação máxima assume o maior valor entre todos os valores encontrados de cada caso. A combinação mínima é o menor valor entre todos os valores mínimos encontrados em cada caso.

As combinações lineares (*Linear Add*) produzem somente um único resultado, todas as outras terão geralmente valores máximos e mínimos diferentes. Cabe ressaltar que todos os carregamentos incidentes nesta análise foram considerados com coeficientes de majoração (*Scale Factor*) unitários.

Após a execução da análise estática, os resultados referentes aos deslocamentos nodais e esforços máximos solicitantes nos elementos de barra e cabo da estrutura, obtidos desta análise, podem ser exportados pelo programa através de tabelas (*Show Tables*), onde é possível a visualização destes dados em arquivo texto.

## ANÁLISE MODAL DE TORRES ESTAIADAS NO PROGRAMA SAP2000

As propriedades dinâmicas das torres estaiadas, representadas pelos modos de vibração e frequências naturais, foram determinadas no programa SAP2000 através da definição da análise modal na interface gráfica denominada *Analysis Case Data – Modal*, conforme apresentada na Figura I.7.

Figura I.7 – Definição da análise modal (SAP2000).

The image shows the 'Analysis Case Data - Modal' dialog box in SAP2000. The 'Analysis Case Name' is 'MODAL' and the 'Analysis Case Type' is 'Modal'. Under 'Stiffness to Use', 'Zero Initial Conditions - Unstressed State' is selected. Under 'Type of Modes', 'Eigen Vectors' is selected. The 'Number of Modes' section shows 'Maximum Number of Modes' as 30 and 'Minimum Number of Modes' as 1. The 'Other Parameters' section shows 'Frequency Shift (Center)' as 0, 'Cutoff Frequency (Radius)' as 0, and 'Convergence Tolerance' as 1.000E-09. There are 'OK' and 'Cancel' buttons.

Fonte: Os Autores (2026).

Podem ser escolhidos dois tipos de análise para o cálculo das frequências e modos naturais de vibração, tais como:

- A análise por autovetores (*Eigen Vectors*) determina os modos de vibração e frequências naturais considerando a solução da equação de equilíbrio dinâmico para um sistema de vibração livre não-amortecido. A análise por autovetores corresponde ao método iterativo de Jacobi e foi utilizado neste trabalho assumindo uma tolerância de  $10^{-9}$  para o controle da convergência da solução.
- Análise por vetores de Ritz (*Ritz Vector*) determina os modos que são excitados por um carregamento particular. Esta análise pode fornecer uma melhor compreensão do comportamento da estrutura quando utilizada para espectros de resposta (*response-spectrum*) ou análises ao longo do tempo (*time-history*), que estão baseados em superposição modal.

O programa SAP2000 não calculará mais do que o número máximo de modos de vibração especificado no item *Maximum Number of Modes*; como também não calculará menos do que o número mínimo de modos especificado no item *Minimum Number of Modes*, a menos que haja poucos graus de liberdade no modelo. Somente os modos de vibração de fato encontrados na análise modal estarão disponíveis para uma subsequente análise dinâmica da estrutura.

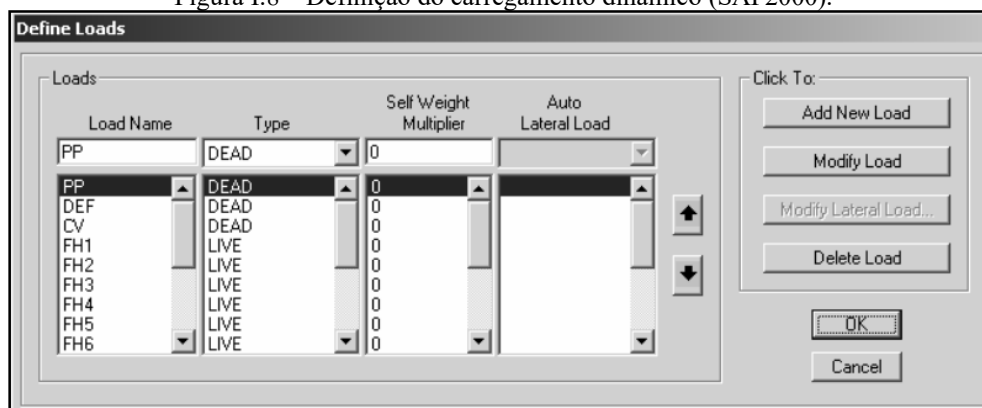
Após a execução da análise modal, os resultados referentes às frequências naturais e modos de vibração da estrutura podem ser exportados pelo programa através de tabelas (*Show Tables*), onde é possível a visualização destes dados em arquivo texto.

## ANÁLISE DINÂMICA DE TORRES ESTAIADAS NO PROGRAMA SAP2000

Para o cálculo da resposta dinâmica de torres estaiadas no programa SAP2000, as estruturas foram submetidas simultaneamente à parcela do vento médio, composto de 48% das cargas definidas na análise estática, e à parcela do carregamento flutuante, que corresponde a 52% das rajadas.

A definição do carregamento pode ser realizada através da interface gráfica apresentada na Figura I.8.

Figura I.8 – Definição do carregamento dinâmico (SAP2000).

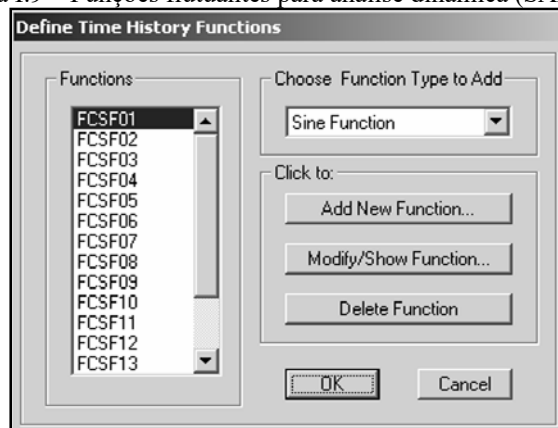


Fonte: Os Autores (2026).

Os carregamentos referentes ao vento (*CV*), o peso próprio e a deformação dos cabos (*DEF*) foram definidos como permanentes (*dead*), lembrando que a carga de vento nesta análise compreende 48% do carregamento obtido da estática. Os carregamentos denominados de funções harmônicas (*FH*) foram definidos como variáveis (*live*) e correspondem somente às amplitudes de carga. As amplitudes de carga, definidas no bloco anterior, são aplicadas aos nós de topo de cada módulo constituinte da torre analisada juntamente com a função harmônica associada. Os valores dessas amplitudes foram obtidos através do arquivo de saída de dados do programa RAJADA, conforme comentado anteriormente.

A partir da série característica de carregamento, que é determinada pela análise estatística de Gumbel e representativa de um conjunto de 20 séries analisadas, obtêm-se as  $m$  funções harmônicas e os respectivos valores de frequências circulares ( $\omega_k \rightarrow rad/s$ ) e ângulos de defasagem ( $\theta_k \rightarrow rad$ ). Estes dados permitem a geração dos arquivos  $FCSF_k.txt$  ( $k \rightarrow 1...m$ ), de modo a serem incluídos no bloco *Define Time History Functions* (Figura I.9).

Figura I.9 – Funções flutuantes para análise dinâmica (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

Os arquivos referentes à  $FCSF_k.txt$  correspondem somente à variação do carregamento flutuante de vento (rajadas). A variação é obtida a partir de pares de abscissa-ordenada, que representam respectivamente o tempo ( $t \rightarrow 0 + \Delta t + 2\Delta t + \dots t_{máx}$ ) e o valor do carregamento  $f(t)$ . A função  $f(t)$  é dada pela equação (I.1), e o tempo máximo ( $t_{máx}$ ) admitido na análise corresponde à duração de uma rajada de 10 minutos (600s).

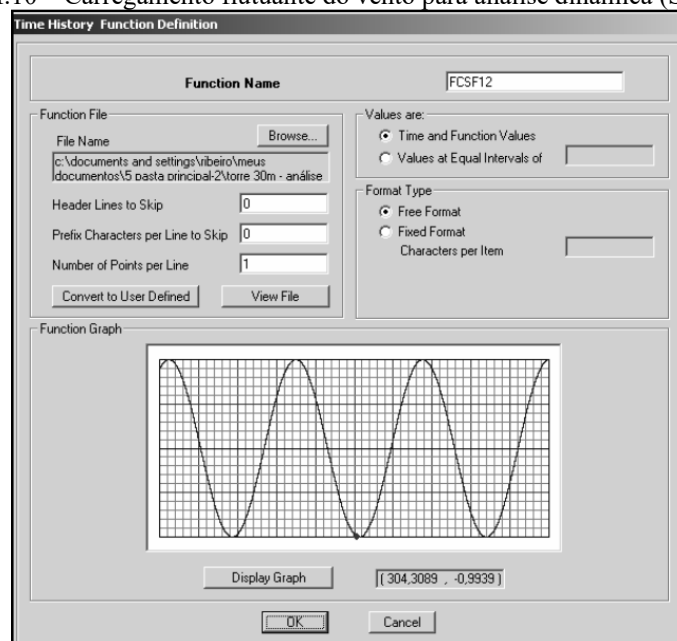
Para a determinação do registro correspondente ao par de valores  $[t, f(t)]$ , a serem gerados nos arquivos de funções flutuantes  $FCSF_k.txt$ , utilizou-se um passo de tempo ( $\Delta t$ ) definido em relação a maior frequência circular ( $\omega_k \rightarrow rad/s$ ), conforme equação (I.2). O valor da maior frequência circular (ou menor período) corresponde a primeira componente ( $k=1$ ) da função harmônica obtida a partir da decomposição do espectro adotado.

Ressalta-se que os ângulos de defasagem ( $\theta_k \rightarrow rad$ ), utilizados para o cálculo do carregamento flutuante da equação (I.1), são obtidos a partir da série característica de carregamento.

O valor referente a 1/36, especificado na equação acima, foi determinado por Guimarães (2000) através do refinamento de respostas devido à variação do passo de tempo. Neste trabalho, adotou-se o passo de tempo definido na equação (I.2), levando em conta que as frequências circulares encontradas pelo mesmo autor e as obtidas na análise dinâmica da torre estaiada de 30 metros não apresentaram diferenças significativas.

Após a geração dos arquivos  $FCSF_k.txt$ , procedeu-se com a inclusão dos mesmos a partir do bloco de definição de carregamento ao longo do tempo *Time History Function Definition*, conforme apresentado na Figura I.10.

Figura I.10 – Carregamento flutuante do vento para análise dinâmica (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

Os itens especificados no bloco de carregamento flutuante são descritos conforme segue:

- *Time and functions values*: o programa lê os pares de valores  $t$  e  $f(t)$  sem a necessidade da indicação do passo de tempo ( $\Delta t$ ), o que ao contrário gera um gráfico sem correlação com a função cosseno;
- *Free format*: o arquivo não contém formatação específica;
- *Number of points*: igual a 1 em razão do arquivo conter somente um par de valores por linha.

Após as definições das amplitudes nodais ( $FH$ ) e das cargas flutuantes ( $FCSF_k$ ) no programa, prosseguiu-se então com a definição dos parâmetros referentes à análise dinâmica de torres estaiadas.

Conforme a especificação dos itens apresentados na Figura I.11, a análise dinâmica da estrutura foi definida como não-linear, utilizando-se o método de integração direta de Newmark para a solução da equação de movimento. Neste tipo de aproximação, a resposta é avaliada para uma série de pequenos incrementos de tempo ( $\Delta t$ ).

Figura I.11 – Definição da análise dinâmica (SAP2000).

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor
Load	FH1	FCSF01	1.
Load	FH2	FCSF02	1.
Load	FH3	FCSF03	1.
Load	FH4	FCSF04	1.
Load	FH5	FCSF05	1.
Load	FH6	FCSF06	1.

Fonte: Os Autores (2026).

Pode-ser observar no item referente à *Loads Applied* que as amplitudes de carga ( $FH$ ), aplicadas aos nós de topo de cada módulo da estrutura, foram vinculadas às respectivas cargas flutuantes ( $FCSF_k$ ). A amplitude nodal juntamente com as respectivas cargas flutuantes foram obtidas do arquivo de saída do programa RAJADA.

No programa SAP2000, o usuário possui a liberdade de escolher o tipo de integração direta para o cálculo da resposta da equação de movimento, entre eles, adotou-se neste trabalho o método da aceleração média constante de Newmark, conforme especificado na Figura I.12.

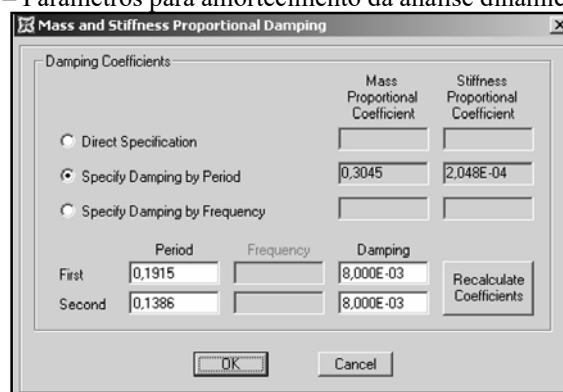
Figura I.12 – Parâmetros de integração numérica (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

A análise por integração direta permite a especificação de coeficientes proporcionais as matrizes de rigidez e de massa, de modo a obter a matriz de amortecimento através de uma combinação linear desses parâmetros. Conforme a Figura I.13, os coeficientes de amortecimento podem ser especificados diretamente, ou podem ser calculados através da taxa de amortecimento para dois tipos de períodos ou frequências naturais.

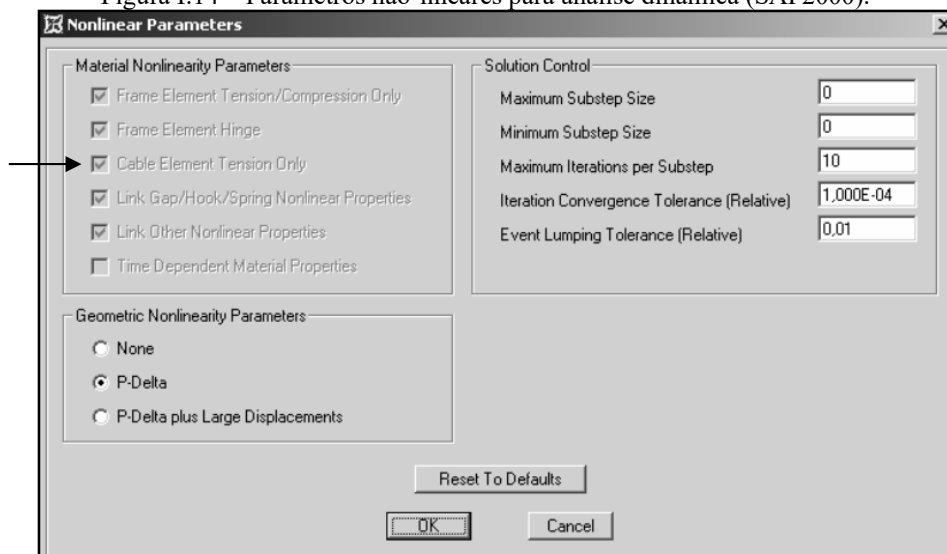
Figura I.13 – Parâmetros para amortecimento da análise dinâmica (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

Conforme orientações descritas nos manuais de referência do programa SAP2000, para a realização da análise dinâmica de torres metálicas estaiadas, são necessárias à inclusão de parâmetros não-lineares geométricos. Estes parâmetros permitem considerar elementos de cabo submetidos somente a esforços de tração, conforme item pré-determinado indicado na Figura I.14, como também formular as equações de equilíbrio utilizando uma configuração deformada da estrutura (efeito P-delta). Por outro lado, os parâmetros definidos nesta análise são compatíveis com os adotados no programa de análise dinâmica ADTEQ.

Figura I.14 – Parâmetros não-lineares para análise dinâmica (SAP2000).

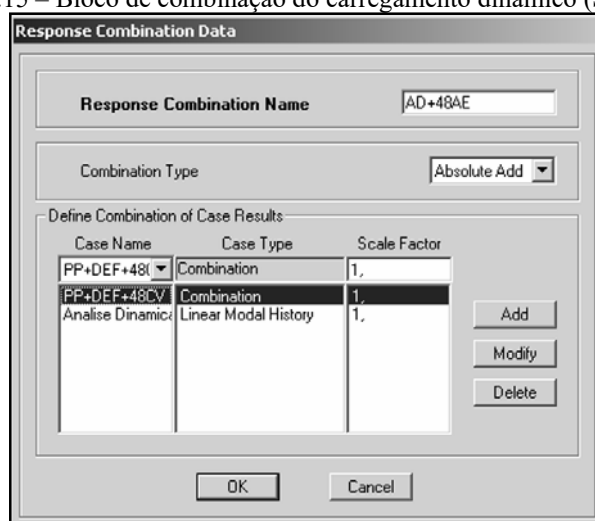


Fonte: Os Autores (2026).

O tipo de combinação de carga para o caso da análise dinâmica no programa SAP2000 foi definido como *Absolute Add*, de modo que os valores negativos da resposta sejam tomados como absolutos, e dessa forma não perder o valor máximo do deslocamento para o nó de topo da estrutura.

Para os valores máximos de resposta da análise estática, foram consideradas as parcelas correspondentes a 48% da carga estática (48CV) somada as parcelas de peso próprio (PP) e deformação nos cabos (DEF). Conforme descrito anteriormente, nesta opção a combinação máxima é a soma dos valores máximos absolutos de cada caso (Figura I.15). Cabe ressaltar que todos os carregamentos incidentes nesta análise foram considerados com coeficientes de majoração (*Scale Factor*) unitários.

Figura I.15 – Bloco de combinação do carregamento dinâmico (SAP2000).



Fonte: Os Autores (2026).

REALIZAÇÃO:

**Aurum**  
EDITORA

CNPJ: 589029480001-12  
contato@aurumeditora.com  
(41) 98792-9544  
Curitiba - Paraná  
[www.aurumeditora.com](http://www.aurumeditora.com)